

Ковельський фаховий медичний коледж

**Реалізація міжпредметних зв'язків на  
заняттях з математики у медичному  
коледжі**

**Ковель**

ББК 74.262

УДК 51

К 72

**Автор:** **Костючик Світлана Анатоліївна** – викладач математики Ковельського фахового медичного коледжу;

Методичні рекомендації розкривають взаємозв'язок математики з медициною та процесу розв'язування деяких медичних задач.

Математична статистика та математичне моделювання є важливими розділами математики, якими користуються медики у своїй професійній роботі. Математичне моделювання, як для нормальних фізіологічних та патологічних процесів в даний час є одним із самих актуальних напрямків наукових досліджень.

Призначений для викладачів та студентів медичних коледжів.

ББК 74.262

УДК 51

Костючик С.А., 2023

## ЗМІСТ

Вступ .....	4
1.Психолого-педагогічні аспекти міжпредметних зв'язків .....	6
2. Формування пізнавальних вмінь і інтересів студентів під впливом міжпредметних зв'язків. ....	11
3. Методи математичного моделювання .....	16
3.1. Математична модель діяльності шлунка.....	20
3.2.Золотий переріз. Здоров'я і гармонія.....	25
3.3.Симетрія і сколіоз.....	32
3.4.Синусоїда – лінія нашого життя.....	35
4. Медична статистика.....	41
5.Задачі прикладного спрямування .....	49
Список використаних джерел.....	67

«Все, що знаходиться у взаємному зв'язку,  
повинно викладатися у такому ж зв'язку»

Я. А. Коменський

## ВСТУП

Ці слова видатного педагога Я.А.Коменського набули ще більшої значущості сьогодні – в час бурхливого розвитку науки і виробництва, коли наука стає безпосередньою продуктивною силою. Знання з різноманітних галузей тепер не ізольовані, не уособлені. Вони стають найбільш дієвими при врахуванні зв'язку між науками.

Оновлення змісту освіти в Україні передбачає його орієнтацію на набуття студентами ключових компетентностей та на створення ефективних механізмів їх запровадження у повсякденну практику. Значення і важливість математичної та фізичної освіт у підготовці майбутніх середніх медичних працівників полягає як у забезпеченні загального інтелектуального розвитку, створенні умов для реалізації прав на повноцінну і неперервну освіту, так і в сприянні формуванню окремих професійних компетентностей випускників медичних коледжів.

Відповідно до навчальної програми з математики на засадах впровадження компетентнісного підходу в умовах комп'ютеризації навчання та відповідного процесуально-методичного забезпечення зміст освіти має сприяти підвищенню якості математичної підготовки майбутніх медичних працівників середньої ланки, розвитку свідомого, зацікавленого, мотивованого

ставлення студентів до вивчення математики, реалізацію принципу неперервності освіти, сприяти формуванню професійних і особистісних якостей здобувачів освіти, що відповідатимуть новим соціальним вимогам щодо підготовки середнього медичного персоналу.

Реалізація цілей навчання математики в закладах освіти, закріплених у державному освітньому стандарті, щодо формування в здобувачів освіти уявлення про математику як потужний метод вивчення і перетворення реального світу ставить цю науку на особливе місце в системі людських знань, що обумовлює поєднання у математичних компетентностях як ключових, галузевих, так і предметних компетентностей. С.А. Раков зазначив, що математичні компетентності – це вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель.

Математичні компетентності допомагатимуть майбутнім фармацевтам, фельдшерам і медичним сестрам приймати правильні рішення при здійсненні догляду і спостережень за пацієнтами, наданні невідкладної долікарської допомоги, правильно діяти в критичних ситуаціях (в умовах тимчасової відсутності лікаря), самостійно працювати в різних установах охорони здоров'я (у тому числі – в сільських амбулаторіях, на фельдшерсько-акушерських пунктах) та забезпечувати умови для продовження навчання за обраним фахом.

## **1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ АСПЕКТИ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ**

Підвищення освітнього рівня навчання з допомогою міжпредметних зв'язків посилює його виховні функції. Очевидно, що інтегрування і координація змісту навчальних предметів закладають міцний фундамент наукового світорозуміння. Психологічною основою досліджень, відкриваючих взаємодію освітніх і виховних функцій міжпредметних зв'язків, виступає закономірна єдність свідомості, почуттів і дій в психічній діяльності людини.

Ідеї виховного навчання посилили увагу міжцикловим зв'язкам, до зближення предметів гуманітарного і природньо-математичного циклів. Кажучи про виховний ефект міжпредметних зв'язків, слід підкреслити їх роль в трудовому вихованні та професійній орієнтації. Рішення цих виховних задач досягається шляхом розкриття взаємозв'язків знань і вмінь з математики, фізики та медицини.

Підвищуючи науково-теоретичний і ідейно-виховний рівень змісту знань, міжпредметні зв'язки активізують розумову діяльність студентів. Дослідники проблем розумового розвитку дітей бачать в міжпредметних зв'язках не тільки засіб формування гнучкої і продуктивної системи знань, але і систематизованих способів дій. Міжпредметні зв'язки розглядаються як один із шляхів розвиваючого навчання, який веде до формування якісно нових утворень в навчальній діяльності – міжпредметних понять і міжпредметних умінь.

Міжпредметні зв'язки посилюють взаємодію всіх дидактичних принципів в дійсному процесі навчання. Функціонуючи як самостійний принцип, вони можуть визначити цільову спрямованість всіх інших принципів, впорядковуючи їх рішення головної задачі – формуванню наукового світосприйняття. І тоді наочність, систематичність, індивідуальний підхід, колективність, зв'язок з практикою, активізація навчання стають засобами реалізації міжпредметних зв'язків в конструйованій на їх основі дидактичній системі.

Саме в ролі самостійного принципу ідея міжпредметних зв'язків виконує свою організуючу роль: впливає на побудову програм, структуру навчального матеріалу, підручників, на відбір методів і форм навчання. В задачах навчання необхідно відображати застосування, розвиток, закріплення і узагальнення знань і вмінь, отриманих студентами при вивченні інших предметів. У змісті навчального матеріалу важливо виділити питання, вивчення яких потребує опору на раніше засвоєні (із інших предметів) знання, а також питання, які одержать розвиток в наступному навчанні нових дисциплін. Необхідно в кожній навчальній темі відділити спеціальні для предмету і більш широкі, спільні для ряду предметів, понять, розвиток яких здійснюється з допомогою міжпредметних зв'язків. В методи навчання міжпредметних зв'язків вносять постійний елемент застосування знань, одержаних в інших курсах. Це активізує мислення здобувачів освіти, спонукає їх до аналізу, синтезу і узагальнення знань, які дидактичними матеріалами та засобами наочності (підручниками, таблицями, картами, презентаціями,

відеофільмами) відносяться до одного навчального предмета, при вивченні інших дисциплін. Міжпредметні зв'язки потребують координації діяльності викладачів, вивчення навчальних програм, взаємовідвідування занять.

Таким чином, міжпредметні зв'язки всебічно впливають на процес навчання - від постанови задач до його організації і результатів, їм властиві методологічні, формуючи (освітні, розвиваючи, виховні) і конструктивні (системотворюючі) функції в предметній системі навчання. Найбільш повна реалізація можливостей, міжпредметних зв'язків, проява всіх їх функцій в спільності досягається, коли міжпредметні зв'язки функціонують в процесі навчання як самостійний принцип побудови локальних дидактичних систем. В аналізі проблеми міжпредметних зв'язків в навчальній темі важливе значення надає питання визначення і класифікації цих зв'язків. В педагогічній літературі є більше 30 означень категорії «міжпредметні зв'язки», існують різні підходи до їх педагогічної оцінки і різноманітні класифікації.

В педагогічних дослідженнях і публікаціях 50-х середини 70-х роках в означенні поняття «міжпредметні зв'язки», більша група авторів визначає міжпредметні зв'язки як дидактичну умову, причому у різних авторів ця умова трактується неоднаково. Наприклад: міжпредметні зв'язки виконують роль дидактичної умови підвищення ефективності навчального процесу; дидактична умова як сукупність зв'язків між змістом навчання і ефективними методами і організаційними формами навчання. Ряд авторів дає такі означення



міжпредметних зв'язків: «міжпредметні зв'язки є відображення в курсі, побудованому з урахуванням його логічної структури, ознак понять, які розкривають на уроках інших дисциплін»; «під міжпредметними зв'язками в широкому розумінні слідує розуміти використання в навчальному процесі всіх видів зв'язків, здібних проявити найбільшу ефективність у покращенні якості навчання в випадку їх застосування в органічній єдності всіма вчителями школи». Н.А.Лошкарьова приводить такі трактовки поняття «міжпредметні зв'язки», знайдені нею в дослідженнях і публікаціях: в одному випадку як «дидактична умова удосконалення навчального процесу», в іншому «як конкретний засіб підвищення ефективності навчання», в третьому – як «стимул розвитку пізнавальної активності учнів», в четвертому – як «складова частина змісту освіти», в п'ятому – «дидактичний еквівалент міжнаукових зв'язків». Міжпредметним зв'язкам приписуються значення бути «суттєвою особливістю змісту освіти», «конденсатом різнопредметної» інформації, «дидактичною системою з складною залежністю між елементами», «методичним зв'язком», «принципом конструювання змісту», «критерієм відбору змісту...».

До другої групи періоду, можна віднести означення, за допомогою яких автори хочуть більш глибоко розкрити внутрішню сукупність феномену «міжпредметні зв'язки» і в зв'язку з цим точно і об'єктивно визначити їх функції. Дослідники К.П. Корольова, П.Г. Кулагін, І.Д. Зверев розглядають міжпредметні зв'язки, як прояву принципу систематичності: К.П. Корольова вважає, що принцип

систематичності припускає установу міжпредметних зв'язків, включення знань з окремих предметів в єдину систему про світ, вона визначає міжпредметні зв'язки як одну із особливостей змісту, які виражаються в узгодженні навчальних програм і проявляючи себе в принципі систематичності; П.І.Кулагін визначає міжпредметні зв'язки як систему роботи вчителя і учнів, при якій в процесі оволодіння знаннями використовується, залучається зміст суміжних дисциплін з метою більш міцного засвоєння програмного матеріалу; І.Д.Зверев вважає, що принцип систематичності - основний дидактичний принцип, а міжпредметні зв'язки являються одною із сторін цього принципу.

Поняття «міжпредметні зв'язки» в трактовці «педагогічної теорії», яка визначається через відношення, може бути застосоване до довільного конкретного загальнопедагогічного, дидактичного, методичного або інших об'єктів і явищ, але в результаті цього процесу не повинно відбуватися викорінення самої поліфункціональної сутності феномену «міжпредметні зв'язки» або його перекручення. Міжпредметні зв'язки характеризуються насамперед своєю структурою. «Структура зв'язку визначається складом, напрямком і способом співвідношення складових її частин, сторін, елементів.

Оскільки «внутрішня структура, побудова, зв'язок і спосіб взаємодії частин і елементів предмета і явища є формою», то ми можемо виділити такі форми зв'язку:

- по складу;
- по напрямку дії;

- по способу взаємодії елементів, які утворюють зв'язки.

Виходячи з того, що склад міжпредметних зв'язків визначається змістом навчального матеріалу, формуючими навичками, вміннями і розумовими операціями, методами і організаційними формами, то в першій їх формі ми можемо виділити наступні типи міжпредметних зв'язків:

- змістовні;
- операційні;
- методичні;
- організаційні.

## **2. ФОРМУВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНИХ ВМІНЬ І ІНТЕРЕСІВ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ПІД ВПЛИВОМ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ**

Проблемне навчання, як і міжпредметні зв'язки, ускладнюють зміст і процес пізнавальної діяльності студентів. Тому необхідно поступове введення як елементів проблемності: об'єму і складності міжпредметних зв'язків. Важливо забезпечити ріст пізнавальних вмінь і навчальних успіхів, закріплюючих самостійність та інтерес здобувачів освіти до пізнання зв'язків між знаннями з різних предметів. Методика організації процесу навчання здійснюється такими етапами:

- односторонні міжпредметні зв'язки на заняттях з суміжним предметом на основі репродуктивного навчання і елементів проблемності;

- ускладнення міжпредметних пізнавальних задач і посилення самотійності здобувачів освіти в пошуку їх рішення;
- включення двосторонніх, а потім і багатосторонніх зв'язків між предметами шляхом координації діяльності викладачів (висунення загальних навчальних проблем, їх поетапне рішення в системі занять);
- розробка широкої системи в роботі викладачів, яка здійснює міжпредметні зв'язки як в змісті і методах, так і в формах організації навчання (комплексні домашні завдання, заняття-семінари, заняття-екскурсії, заняття-конференції), включаючи позааудиторну роботу і поширюючи рамки навчальної програми.

Для тих здобувачів освіти, які не мають міцної системи знань, рішення між предметних задач може виявитися непосильним, а їх інтерес до навчання знизиться. Для студентів з високим рівнем знань з предметів орієнтація на міжпредметні зв'язки є необхідною умовою їх подальшого розвитку в процесі навчання. Тому в організації творчої діяльності студентів на основі міжпредметних зв'язків ведуче місце займає навчальна робота, спрямована на засвоєння системи предметних знань і оволодіння способами їх переносу і узагальнення. «Навчання» студентів досягається за допомогою системи тренувальних самотійних робіт, які відпрацьовують окремі елементи вмінь комплексного використання знань: розпізнання міжпредметних зв'язків в навчальних текстах, в уривках з наукових статей, в першоджерелах; відбір фактичного

предметного матеріалу для підтвердження, загальнонаукових ідей, понять; аналіз конкретних прикладів (з області біології, хімії, математики, фізики, медицини) з позиції загальних закономірностей, категорій; усвідомлення міжпредметного характеру пізнавальних навчальних задач; проблеми на основі порівняння і аналізу наукових фактів суміжних предметів (біохімічних, фізико-хімічних, математично-інформаційних і т.д.); складання плану для рішення міжпредметної проблеми та іншого.

Важливу роль відіграє показ зразку виконання таких завдань, проведення настановчих бесід, які визначають логіку, розсуд, які доводять до усвідомлення послідовність дій які виконуються, диференційний підхід з урахуванням пізнавальних інтересів і можливостей студентів. Необхідні послідовні стадії в формуванні вмінь здійснювати міжпредметні зв'язки:

- 1) пробудження пізнавального інтересу студентів до рішення міжпредметних задач, їх розпізнавання і усвідомлення ними необхідності використовувати знання із різних дисциплін;
- 2) відпрацювання окремих засобів творчої діяльності на основі міжпредметних зв'язків;
- 3) синтез часткових вмінь в цілісності вмінь комплексного використання знань при рішенні міжпредметних задач.

Основною умовою успішного переносу предметних знань виступають схожість, аналогічність структури змістовних і процесуальних елементів в серії міжпредметних пізнавальних задач визначеного типу. На рішення таких задач з виконанням ними дій за

зразком і освоєнням узагальнених орієнтирів в синтезі знань.

Міжпредметні зв'язки на перших етапах включення в пізнавальну діяльність змінюють відповідність рівнів вмінь та інтересів здобувачів освіти по предметах. У одних студентів під впливом міжпредметних зв'язків підвищується інтерес до раніш не цікавого для них предмету, а рівень знань і вмінь ще залишається невисоким. В інших, навпаки, значно зростають вміння міжпредметного переносу, але змін в розвитку предметних інтересів не спостерігається. Вони зберігають стійкість – це пояснюється тим, що міжпредметні зв'язки не є єдиним фактором, формуючи пізнавальні інтереси здобувачів освіти.

Міжпредметні зв'язки, які включаються в зміст заняття посилюють його новизну, визивають поновлення вже відомого матеріалу, об'єднують нові і попередні знання в систему. Зв'язки суміжних курсів дозволяють глибше проникнути в сутність предметів. Це дає можливість повніше показати історію науки, методи і досягнення сучасної науки, в якій посилюються інтеграція знань і системний підхід до пізнання. Закріплюючи стимулюючий зміст занять, міжпредметні зв'язки активізують і процес засвоєння знань, оснований на їх постійному використанні. Стає наочною практична потреба і корисність знань з всіх предметів. Усвідомлення потреби у знаннях, надійно закріплює інтерес до їх поглиблення і поширення. Сам процес пізнання, збагачений міжпредметними зв'язками, активізуючи мислення є джерелом стійкого інтересу у студентів. Міжпредметні зв'язки посилюють

узагальнюючий характер змісту навчального матеріалу, який потребує зміни і методів навчання.

В процесі формування пізнавальних інтересів здобувачів міжпредметні зв'язки (змістовні, операційно-діяльнісні, організаційно-методичні) виконують багатопланові функції. Передусім вони виступають як стимул інтересів студентів до занять. Навчальна діяльність з опорою на міжпредметні зв'язки викликає безпосередній інтерес до занять, здійснюючись систематично, вони стають умовою формування стійких пізнавальних інтересів студентів.

Сприяючи усвідомленню діалектичного зв'язку предметів і методів їх пізнання, міжпредметні зв'язки виявляють значний вплив на пізнавальну самостійність і виступають фактором формування предметної направленості інтересів в здобувачів освіти. Під впливом міжпредметних зв'язків інтереси набувають досить широкий характер.

Діяльність із здійсненням міжпредметних зв'язків представляє для студентів значні труднощі. Тому такі завдання повинні бути доступними. В цьому відношенні корисні попередні домашні завдання по підручникам інших предметів, робота на повторення з підручниками декількох предметів на заняттях, використання абстрактної схематичної наочності. Для узагальнення міжпредметних зв'язків і забезпечення їх доступності особливе значення мають комплексні наочні посібники (узагальнюючі таблиці, схеми, діаграми, плакати, карти та ін.), які дозволяють образно сприймати, бачити модель сукупності знань, розкриваючи те чи інше міжпредметне питання.

### 3. МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Математичне моделювання як метод наукового пізнання почало використовуватися людством багато століть тому назад, з моменту, коли були закладені основи диференціального та інтегрального числення. Першу математичну модель розроблено ще у XII столітті італійським математиком Фібоначчі. Спроби використовувати математичне моделювання у біомедичних напрямках розпочалися у 80-х роках XIX століття. Ідея кореляційного аналізу, висунута Гальтоном та вдосконалена біологом та математиком Пірсоном, виникла як результат спроб опрацювання біомедичних даних. Починаючи з 40- років минулого століття математичні методи проникли у медицину і біологію через кібернетику та інформатику. Тому у XX столітті, крім технічних спеціальностей і природничих наук, математичне моделювання почала широко використовувати медицина і фармація.

Безперечно, моделювання у медицині отримало самостійні функції і стає все більш необхідним у процесі проведення досліджень. Сьогодні моделювання в медицині є тим засобом, який дозволяє встановлювати глибокі і складні взаємозв'язки між теорією та експериментом. За останні сто років експериментальні методи в медицині почали наштовхуватися на цілий ряд обмежень і виявилось, що проведення деяких досліджень у принципі неможливе без моделювання. Це викликано наступними факторами:



- втручання в біологічні системи може призводити до неможливості встановлення причин змін, що виникають при цьому;

- деякі теоретично обґрунтовані експерименти неможливо здійснити внаслідок недостатнього рівня розвитку експериментальної техніки;

- ряд експериментів, які необхідно проводити на людях, слід відхиляти з морально-етичних та правових питань.

Одним із методів моделювання, який дає можливість мінімізувати вище перераховані проблеми – є математичне моделювання. Математичні моделі – це сукупність формул і рівнянь, які описують властивості досліджуваного об'єкта.

Як правило, у моделях використовують системи диференціальних рівнянь, які описують динамічні процеси, характерні для живої природи, а також системи лінійних та нелінійних алгебраїчних рівнянь або нерівностей.

Сьогодні математичні методи широко використовуються у біофізиці, біохімії, генетиці, імунології, епідеміології, фізіології, фармакології, медичному приладобудуванні, при створенні біотехнічних систем та ін. Розвиток математичних моделей та методів сприяє розширенню області пізнання в медицині, появі нових високоефективних методів діагностики та лікування, створенню медичної техніки. За останні роки активне впровадження в медицину методів математичного моделювання і створення автоматизованих, в тому числі комп'ютерних, систем

суттєво розширило можливості діагностики та терапії захворювань.

Метод математичного моделювання дозволяє виключити необхідність виготовлення громіздких фізичних моделей, пов'язаних з матеріальними витратами; скорочувати час визначення характеристик (особливо при розрахунку математичних моделей з використанням комп'ютерних технологій та ефективних обчислювальних методів і алгоритмів); вивчати поведінку об'єкту моделювання при різних значеннях параметрів, прогнозуючи характер її змін з аналізу математичної моделі; аналізувати можливість застосування різних елементів; отримувати характеристики і показники, які складно отримувати експериментально (кореляційні, частотні, параметричної чутливості).

Дослідження об'єкту моделювання і складання його математичного опису полягають у встановленні зв'язків між характеристиками процесу, виявленні його граничних і початкових умов та формалізації процесу у вигляді системи математичних співвідношень.

Складання моделей виробляється за визначеною схемою. Спочатку формулюється мета моделювання, потім висловлюється гіпотеза, що представляє якісний опис системи, вибираються тип моделі і математичні методи її опису в залежності від мети і роду інформації. Заключний етап полягає у створенні моделі і порівнянні її із системою-об'єктом з метою ідентифікації.

Всі ці етапи створення моделей у медицині та біології повинні супроводжувати спеціалісти медицини та фармації. Тому знання в області моделювання для

медиків та фармацевтів є потужним інструментом у досягненні нових результатів.

За ступенем складності для математичних моделей біологічних об'єктів і явищ існує поділ на:

- функціональні моделі, що відтворюють певну залежність між відомими і невідомими величинами;
- моделі, представлені системою рівнянь з багатьма невідомими, що вимагає для їх дослідження використання потужних ЕОМ та наявності відповідних програмних засобів;
- моделі оптимізаційного типу, представлені системами рівнянь або нерівностей щодо невідомих величин, мета яких полягає у пошуках такого рішення, яке б давало оптимальне значення певного показника;
- імітаційні моделі, що використовуються для аналізу складних систем, характеризуються точним відтворенням біологічного процесу або явища, потребують спеціальних розрахунків на ЕОМ;
- складніші системи і комплекси взаємозалежних моделей перерахованих типів.

З основами математичного моделювання, як засобу наукових досліджень та можливостями опрацювання даних за допомогою комп'ютера майбутні медичні працівники знайомляться при вивченні курсів медичної та біологічної фізики, медичної інформатики, інформаційних технологій у фармації. Програми вище зазначених навчальних дисциплін передбачають вивчення методом математичного моделювання хімічних реакцій, процесів розчинення лікарських речовин з таблеток, дослідження процесів розвитку

популяцій, теорії епідемій, імунологічних процесів, фармакокінетики та інші.

Можливість особистого моделювання процесів зміни концентрації лікарської речовини в камерах організму в залежності від способів її введення, створення автоматизованих систем підтримки прийняття рішень та систем, які за своєю структурою подібні до експертних систем, робота з оптимізаційними моделями, рядом статистичних методів формує у майбутнього спеціаліста усвідомлення у майбутньому.

### **3.1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДІЯЛЬНОСТІ ШЛУНКА.**

Статистика стверджує, що хвороби органів травлення належать до найпоширеніших. Доброякісні виразки шлунка та дванадцятипалої кишки (пептичні виразки) належить до найпоширеніших захворювань верхніх відділів травного тракту.

Гастрит. Можливими причинами розвитку гастриту – запалення стінки шлунка, є подразнення, зумовлене алкоголем, не стероїдними протизапальними засобами (НСПЗЗ) та/або куріння тютюну. Останні дослідження підтверджують роль бактерії *Helicobacter pylori* як чинника розвитку гастриту. Гастрит може розвиватися повільно або виникати раптово. Симптоми: нудота, біль у верхній ділянці живота, порушення травлення.

Пептична виразка трапляється приблизно у 10% населення розвинених країн. Відомі декілька причин цього захворювання. Однак, 90% виразок дванадцятипалої кишки та 70% виразок шлунка

розвиваються під впливом бактерії *Helicobacter pylori*. Іншими факторами можуть бути НСПЗЗ, куріння, стрес, алкоголь, спадковість. Основним симптомом є періодичний біль у верхній ділянці живота, який зникає після вживання їжі або антацидів. Переважно пептична виразка уражає дванадцятипалу кишку, особливо цибулину. Основною локалізацією виразки в шлунку є мала кривина (мал. 1). Виразка може виникати також у стравоході та тонкій кишці. Частість уражень різних відділів травного тракту подана на малюнку.



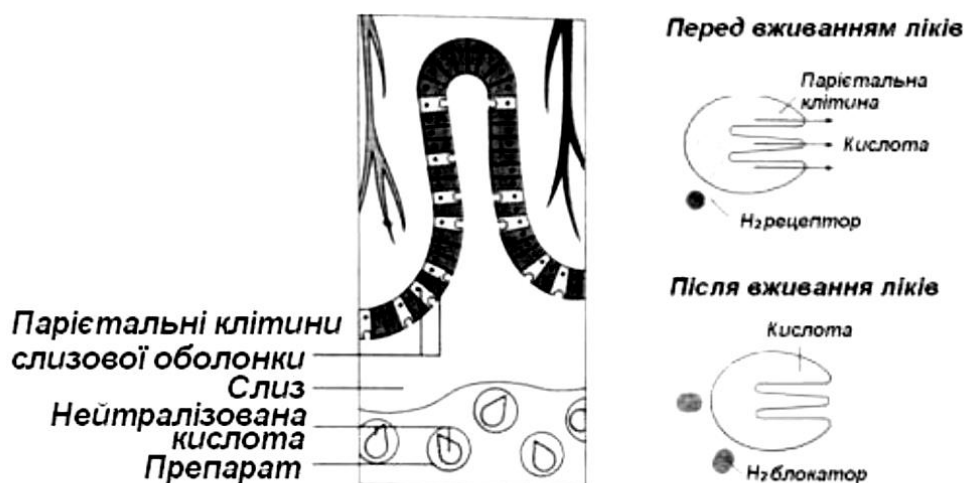
мал.1

У нормі внутрішня оболонка стінки шлунка та дванадцятипалої кишки захищена шаром слизу від дії хлористоводневої кислоти, пепсину (травного ферменту) та різноманітних шкідливих речовин.

Ушкодження виникає внаслідок порушення слизового бар'єру та контакту шлункового соку з клітинами внутрішньої оболонки. На ранній стадії відбувається лише часткове ураження слизової оболонки у вигляді неглибокого ушкодження, яке називається ерозією. При виразці ушкоджуються

слизова, підслизова та м'язова оболонки. Пептичні виразки мають круглу або овальну форму. Вони можуть ставати хронічними і загоюватися з утворенням рубців. Пептична виразка може уражати всю товщу стінки. Це спричиняє ушкодження артерії та кровотечу або перфорацію із запаленням серозної оболонки черевної порожнини (перитоніт). Іншим ускладненням є звуження вихідного отвору шлунка внаслідок утворення рубців.

Пептичні виразки лікують препаратами різних 22 груп. Антациди нейтралізують хлористоводневу кислоту в шлунку. Гастропротектори сприяють утворенню захисного шару на поверхні слизової оболонки. Н-блокатори та інгібітори протонного насоса пригнічують утворення соляної кислоти (мал. 2). Препарати вісмуту та антибактерійні засоби знищують *Helicobacter pylori*. Антациди містять сполуки магнію, алюмінію та кальцію, мають властивості основ, тому нейтралізують кислоту шлунка. Вони послаблюють біль та сприяють загоєнню виразки.



Дія  $H_2$ -блокаторів.

мал. 2

У нормі гістамін посилює секрецію кислоти в шлунку, стимулюючи  $H_2$  рецептори на поверхні парієтальних клітин слизової оболонки шлунка.  $H_2$ -блокатори зв'язуються з цими рецепторами, пригнічуючи дію гістаміну та зменшуючи секрецію кислоти.

Незважаючи на вдосконалення методів фармакотерапії виразки, деякі хворі з хронічними виразками, перфорацією, кровотечею, порушенням прохідності внаслідок рубцювання потребують хірургічного втручання. При частковій гастректомії видаляють ділянки шлунка, що продукують кислоту і сполучають збережені ділянки з тонкою кишкою. Ваготомія пригнічує секрецію кислоти, блокуючи надходження у шлунок нервових сигналів, що стимулюють утворення кислоти. При стовбуровій ваготомії перерізають весь блукаючий нерв. При селективних видах перерізають лише окремі гілки (мал. 3).



мал. 3

Ось чому треба вчасно, швидко і ефективно їх лікувати. Але краще їм запобігти. Співробітники українського проктологічного центру разом з ученими

Інституту математики створили математичні моделі діяльності шлунка. При складанні моделей був використаний метод аналогій: рух речовин в органах травлення і рух струму в електропровідному середовищі можна описати одними і тими ж формулами. Саме математики підказали новий спосіб ведення операцій розрізати протоку в початковій частині залози. Клінічні випробування підтвердили ефективність цього методу.

Дослідження хвороб шлунка приділяли велику увагу й «батько медицини» Гіппократ, який жив у V ст. до н.е., і відомий давньоримський лікар Клавдій Гален, і знаменитий учений та поет середньовіччя Авіцена. Знаменита Салернська медична школа (у м. Салерно в Італії) проіснувала майже 1000 років, аж до XIX століття, прославившись насамперед успіхами в лікуванні шлункових хвороб.

До речі, порада дотримуватися помірності в їжі давня як світ. Сьогодні можна стверджувати, що непомірність у їжі. Багато їжі, переїдання найчастіше стають причиною виникнення як гострого, так і хронічного гастриту – катару шлунка – запалення слизової оболонки шлунка. У Давньому Римі було встановлено надгробний пам'ятник довгожителеві, який прожив 112 років. З лаконічним написом: «Він їв і пив у міру».

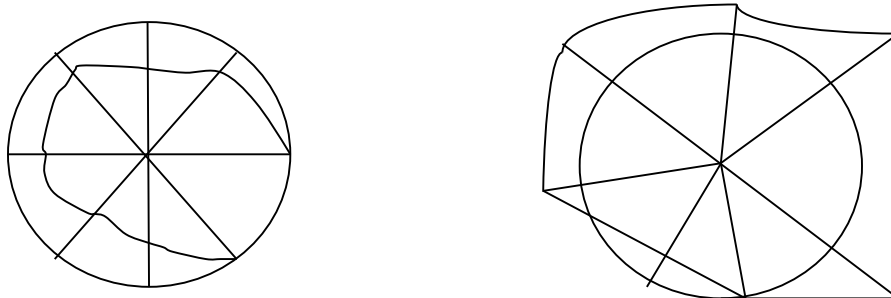
### **3.2. ЗОЛОТИЙ ПЕРЕРІЗ. ЗДОРОВ'Я І ГАРМОНІЯ.**

Останнім часом починає впроваджуватися симетричний підхід до оцінки функціонального стану людини. Відомо, що у здорової людини всі фізіологічні



показники близькі до норми. Більше того, вони, виявляється, перебувають у певному співвідношенні між собою, адже в організмі все взаємопов'язане. Скажімо, підвищення температури може змінити роботу серця, легень тощо. Регулює це співвідношення вегетативна нервова система, підтримуючи баланс, симетрію в роботі своїх відділів: симпатичного й парасимпатичного. І, як виявилось, таке співвідношення може служити діагностичною ознакою здоров'я.

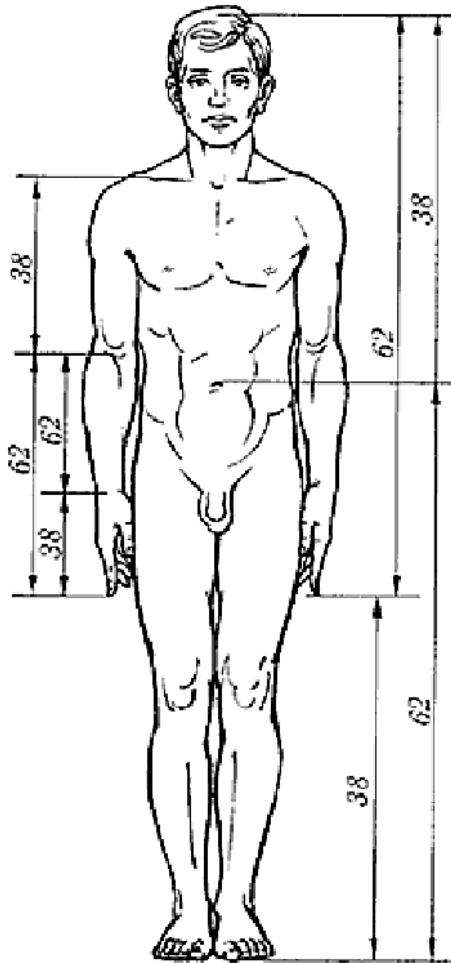
В Інституті нормальної фізіології ім. Анохіна були піддані обстеженню кілька сотень здорових і хворих людей. У кожного вимірювали артеріальний тиск, температуру, стан легень, судин – всього більше 20 параметрів. Ці показники автоматично оброблялися на ЕОМ і відкладалися на радіусах одного круга (мал.4)



мал. 4

Коли сполучили ці показники однією лінією, вийшла крива – геометричне зображення стану здоров'я людини. Виявилось, чим кращий стан здоров'я, тим більше наближується крива до кола, а значення фізіологічних параметрів не виходить за межі круга, і навпаки, коли радіуси не вміщуються в круг, час починати лікування.

Подальше дослідження показало, що співвідношення математичних значень параметрів у тій моделі, яка може служити еталоном здоров'я, близьке до «золотого перерізу», тієї божественної пропорції, яку вважають мірилом краси й гармонії в усіх видах мистецтв (мал.5).



мал.5

За словами Й. Кеплера, золотий переріз - це один із скарбів математики, який можна порівняти із дорогоцінним каменем. Суть золотого перерізу в тому, що відрізок  $AB$  поділяється внутрішньою точкою  $C$  на такі дві частини, що:

$$AB: AC = AC: CB$$

Якщо позначити це відношення  $AB : AC = x$ , то його рівняння

$$x^2 = x + 1.$$

Додатній корінь цього рівняння

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,618\dots$$

назвали відношенням золотого перерізу, а саме рівняння - формулою краси. При цьому більша частина даного відрізка

$$AC = 0,618 AB.$$

Багато математиків досліджували властивості золотого перерізу, його прояви у природі та застосування.

Відношення золотого перерізу позначається грецькою літерою  $\varphi$  не випадково. Так у науці вшановують пам'ять давньогрецького скульптора Фідія, у творіннях якого золотий переріз використовується неодноразово.

Вперше про золотий переріз згадується в другій книзі «Начал» Евкліда (III ст. до н. е.). Тим часом відкриття золотого перерізу пов'язують з ім'ям Піфагора. Золотим цей переріз називається тому, що скрізь, де він присутній, відчувається краса і гармонія. Пропорції добре розвинутого людського тіла підпорядковуються законам золотого перерізу. Перевірено, що відношення середніх значень лінійних розмірів певних частин тіла людини близьке до числа. Грецький скульптор Леохар (IV ст. до н.е.) створив статую Аполлона Бельведерського, якого в Стародавній Греції вважали ідеалом чоловічої краси.

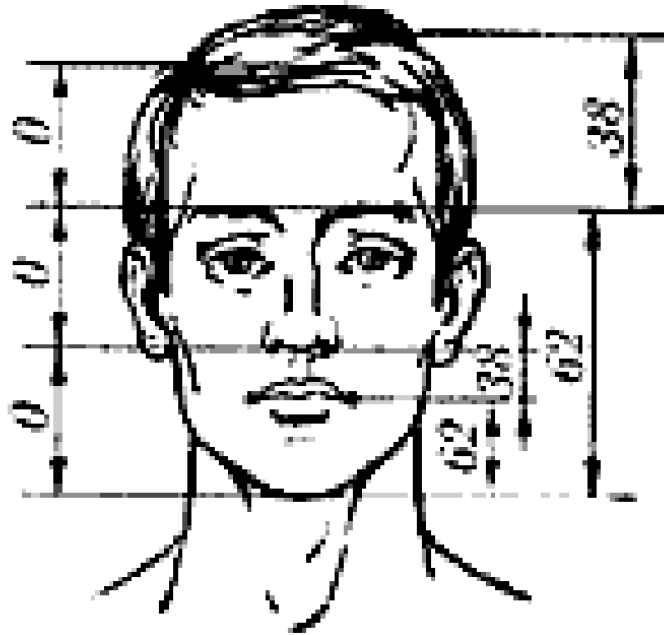
Лінії, визначають основні пропорції тіла. Вважається, що талія поділяє висоту досконалого

людського тіла у відношенні золотого перерізу. Відстань від верхівки голови до пупка і від пупка до ступень, відстань Вимірювання декількох тисяч людських тіл дозволили визначити, що для дорослих чоловіків це відношення дорівнює  $13/8 = 1,625$ , а для дорослих жінок воно складає  $8/5 = 1,6$ . Так що пропорція чоловіків ближче до «золотого перетину», ніж пропорції жінок (але жінка у взутті на підборах може опинитися ближче до «золотих пропорцій»). Та сама закономірність розповсюджується, зокрема, на обличчя, руку, кисть. У людини, обличчя якої пропорційне, рот ділить нижню частину обличчя, а дуги брів – усе обличчя у відношенні золотого перерізу (мал. 6). З'ясовано, що для кожного виду живих істот частота серцебиття, при якому тривалість систоли, діастоли та всього кардіоциклу відносяться між собою по пропорції «золотого перетину». «Золота» частота дорівнює серцевому ритму здорових фізично активних організмів у стані спокою. «Золотий» режим кровопостачання всього організму є найбільш економічним у порівнянні з іншими.

Приклади золотого перерізу в будові тіла людини:

- відстань від кінчиків пальців до зап'ястя і від зап'ястя до ліктя –  $1:1,618$ ;
- відстань від рівня плеча до верхівки голови й розміру голови –  $1:1,618$ ;
- відстань від точки пупа до маківки голови і від рівня плеча до верхівки голови –  $1:1,618$ ;
- відстань точки пупа до колін і від колін до стопи –  $1:1,618$ ;

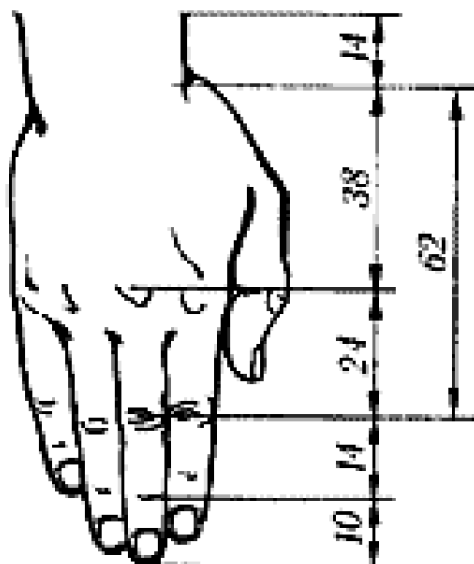
- відстань від кінчика підборіддя до кінчика верхньої губи і від кінчика верхньої губи до ніздрів – 1:1,618;
- відстань від кінчика підборіддя до верхньої лінії брів і від верхньої лінії брів до верхівки – 1:1,618;
- відстань від кінчика підборіддя до верхньої лінії брів і від верхньої лінії брів до верхівки – 1:1,618



мал. 6

На людському обличчі існують правила золотого перерізу. Наведемо кілька таких співвідношень:

- висота / ширина обличчя;
- центральна точка з'єднання губ до основи носа / довжина носа;
- відстань від кінчика підборіддя до центральної точки з'єднання губ;
- ширина рота / ширина носа;
- ширина носа / відстань між ніздрями;
- відстань між зіницями / відстань між бровами.



мал. 7

Так, наприклад, достатньо лише наблизити нашу долоню до себе і уважно подивитися на вказівний палець, ми одразу бачимо в ньому формулу золотого перетину (мал.7). Кожен палець нашої руки складається з трьох фаланг. Сума двох перших фаланг пальця у співвідношенні з усією довжиною пальця і дає число золотого перерізу (за винятком великого пальця). Крім того, співвідношення між середнім пальцем і мізинцем також дорівнює числу золотого перерізу. У людини 2 руки, пальці на кожній руці складаються з 3 фаланг (за винятком великого пальця). На кожній руці є по 5 пальців, тобто всього 10, але за винятком двох двухфалангових великих пальців тільки 8 пальців створено за принципом золотого перетину. Тоді як всі ці цифри 2, 3, 5 і 8 є числа послідовності Фібоначчі.

### 3.2. СИМЕТРІЯ І СКОЛІОЗ.

Симетрія (від грецького *symmetria* — відповідність) в математиці властивість об'єкту відтворювати себе при певних трансформаціях. Симетрія у широкому сенсі — властивість геометричної фігури  $\Phi$ , що характеризує деяку правильність форми  $\Phi$ , незмінність її при дії рухів і віддзеркалень. Точніше, фігура  $\Phi$  симетрична, якщо існує нетотожне ортогональне перетворення, що переводить цю фігуру в себе.

В сучасному розумінні слово «симетрія» має два значення. Перший: «щось дуже пропорційне, збалансоване, симетрія показує той спосіб узгодження багатьох частин, за допомогою якого вони об'єднуються в ціле». У цьому значенні вживає це слово Поліклет, якому слідує Вітрувій і Дюррер. «Другий сенс - рівновага», ще Аристотель говорив про симетрію як про такий стан, що характеризується співвідношенням крайнощів. В даний час у природознавстві переважають визначення категорій симетрії та асиметрії на основі перерахування їх певних ознак. Симетрія досить поширена у природі; у розміщенні деяких органів людини. Симетрія широко застосовується у медичній практиці. Рене Декарт, розділяючи точку зору древньогрецьких мислителів на виникнення світу з хаосу і його розвитку до симетрії (кулястим тілам) в результаті ідеального кругового руху, писав: «Якими б не були ті нерівності і безладдя, які, як ми можемо уявити, були з самого початку встановлені богом між частинками матерії, майже всі ці частинки повинні за законами природи наблизитися до середньої величини і середньому руху». Таким чином, по Декарту, бог,

створивши асиметричні тіла (стосовно людини, яка асиметрична і особливо це помітно при дослідженні її внутрішніх органів: серце, печінка), надав їм природно круговий рух, в результаті якого вони удосконалювалися в тіла симетричні. Скручування хребта в просторі – це спроба організму наблизити до симетрії (рівноваги) вісцеральну систему. Звідси випливає, що скручування тулуба і формування сколіозу – це природний і закономірний процес створення симетрії тіла, яке для м'язової системи є асиметрією і автоматично призводить до захворювання. Найпоширенішим захворюванням кісток хребта є сколіоз. Сколіоз – деформація хребта – серйозне захворювання, причини якого ще не до кінця вивчені. Сколіоз характеризується його боковим дуговим вигином і скручуванням відносно його вертикальної осі. Сколіоз може бути природженою вадою, але частіше це захворювання є набутою вадою і розвивається внаслідок порушення бокових відділів тіл хребта при травмах, пухлинах, запальних процесах та ін.

Хребет при сколіозі може бути викривленим на різному рівні при наявності однієї, двох чи трьох вершин, частіше виконуючих роль так званих проти викривлень, які врівноважують основну дугу викривлень. При викривленні в грудному відділі спостерігається асиметрія положення лопаток, деформація грудної клітки по типу реберного горба на випуклій стороні викривлення. В результаті викривлення порушується гнучкість хребта, знижується витривалість його до навантаження, погіршується ресорні якості, з'являються болі в області хребта. Явно



виражене викривлення хребта супроводжується порушенням функцій серцево-судинної і дихальної систем.

Розрізняють чотири ступені викривлення (визначають за даними рентгенографії):

I ступінь – кут відхилення від вертикальної лінії до  $10^{\circ}$ ;

II ступінь – кут відхилення досягає  $25^{\circ}$ ;

III ступінь – видозміна хребта набуває стійко фіксований характер, кут викривлення досягає до  $60^{\circ}$ ;

IV ступінь – різко виражений боковий нахил, спостерігається скручування хребта і реберна деформація, кут викривлення перевищує  $60^{\circ}$ .

Скелет складається із 206 кісток організму, з'єднаних між собою. Скелет тулуба складається з хребта і грудної клітки. Хребет утворюють 33-34 хребці: 7 шийних, 12 грудних, 5 поперекових, 5 крижових, 4-5 куприкових. Якщо хребет людини не має ніякої патології то його хребці симетричні відносно деякої уявної прямої проведеної вертикально.

Отже, досліджуючи і вивчаючи проблему розвитку сколіозу лікарі дійшли такого висновку; що при ранньому виявленні відхилення хребта від уявної лінії — осі симетрії, необхідно відвідати лікаря та у разі потреби приступити до лікування.

### **3.4. СИНУСОЇДА – ЛІНІЯ НАШОГО ЖИТТЯ**

Сьогодні в світі відзначається справжній бум, зв'язаний з дослідженням в галузі хронобіології. Таке відчуття, що всі в єдиному пориві вирішили жити в ритмі з природою і часом. Зміцнення цих ритмів, на думку спеціалістів, не тільки може впливати на здоров'я людини, але зрештою здатне привести до появи нового типу людей. Цілодобова робота, постійне електричне освітлення, яке примушує організм збиватися з циклу «день-ніч», різкі зміни часових поясів – в результаті всього цього людство підсаджується на лікарські препарати, дозволяючі бути бадьорими упродовж кількох днів. Навколо проблеми втрати людиною орієнтації в своєму біологічному часі дослідники давно ламають списи.

Фізики сперечаються про те, що таке «час» взагалі, в біологи намагаються зрозуміти, яким органом людина відчуває його хід. Біологи з університету Каліфорнії і Лос-Анджелесі переконують, що відчуття часу – це не що інше, як одна з людських здібностей на зразок мови або мислення. Дін Буономано, керівник хронобіологічних досліджень, повідомив, що експеримент, під час якого учасників ізолювали і тим самим позбавляли орієнтації в часі, показав, що людина все одно відчуває його перебіг. Вчені розглядали різні версії пояснення феномену, але в результаті зупинилися на тому, що всередині кожного з нас існує механізм, який вимірює хід часу і завдяки складним біохімічним процесам передає результати в мозок. «Розуміння цих механізмів, а також природи відчуття біологічних ритмів може стати ключем до виявлення причин різних

захворювань», – особливо відзначає американський дослідник. Сьогодні вже існує гіпотеза, згідно якої продовження життя регулюють спеціальні комбінації генів в головному мозку. Поки що вони не знайдені, але вчені не втрачають надію на їх виявлення. Цікаво, що в той час, як хронобіологія тільки намагається вирішити проблему безсмертя, тибетські медики вже володіють безцінними знаннями. «В організмі в залежності від руху Сонця і місячних фаз простежується пильна увага до сезонних біоритмів і стану захисних сил – природного імунітету, – з розповіді Таші Ділек, директора Тибетського медичного і астрологічного інституту, розташованого в індійському місті Дхарамсала.

— «Вважається, що наші ресурси достатньо великі взимку, менше – влітку, і середні – восени». Виходячи з цього положення, тибетські медики, наприклад, найбільш сприятливим періодом дітородної функції вважають зимовий час, а найменш – літо. Люди, які появились в утробі матері восени і взимку, найбільш життєстійкі, тому, що обов'язково родяться з хорошою енергією.

У середині минулого сторіччя було встановлено, що зміна сонячної активності відбувається циклічно. Ще у 1779 році французький астроном де Меран відкрив явище біологічної ритмічності. Біологічні ритми, або біоритми – це регулярні кількісні та якісні зміни життєвих процесів, що відбуваються на всіх рівнях життя – молекулярному, клітинному, тканинному, популяційному й біосферними.

Наприкінці XIX на початку XX сторіччя чеський психолог Г. Свобода і німецький В. Флейс висловили гіпотезу, що протягом життя в кожній людині з моменту народження чергуються три цикли пов'язані з її фізіологічною, емоційною і інтелектуальною активністю.

Фізіологічний цикл триває 23 дні, впливає на силу, координацію, швидкість людини, на її здатність опиратися хворобам та на самопочуття. Емоційний або чутливий цикл триває 28 днів керує творчістю, сприйнятливістю, психічним здоров'ям, мисленням. Інтелектуальний цикл триває 33 дні і регулює пам'ять, пильність, сприйняття знань, логіку людини. Ці ритми виникають з народженням і зберігаються незмінними протягом життя. У першій половині кожного ритму фізична, емоційна активність зростають, у другій половині спадають. На думку деяких авторів цієї теорії, можна передбачити особливості функціонування організму в той чи інший день на тривалий період.

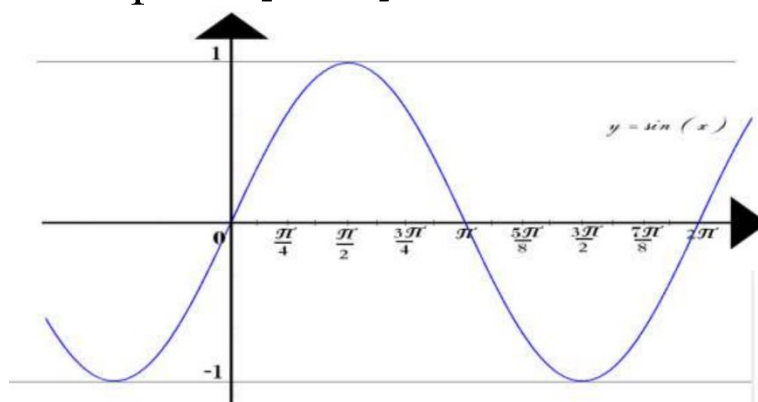
Однак біоритми мають властивість змінюватися. У кожній людини є свої фізіологічні і психологічні резерви. Проте вони повністю розкриваються лише у відповідні, індивідуальні для кожної людини періоди життя. Отже недоцільно вимагати від людей постійної, однакової готовності до інтенсивної діяльності, тому, що фізична, емоційна і інтелектуальна активність постійно циклічно змінюється.

Нейтралізувати порушення у біоритмах допомагає здоровий спосіб життя, виконання конкретних рекомендацій для відповідних професій та видів праці. Сезонні біоритми тісно пов'язані з метеорологічними

явищами природи: атмосферним тиском, температурою, вологістю повітря, кількістю кисню, режимом електромагнітних коливань атмосфери, космічною радіацією тощо. При зміні пори року виникає недостатність різних природних факторів - світла, ультрафіолетових променів. Усі ці коливання впливають на стан людського організму, зокрема, на обмінні процеси, артеріальний тиск, роботу ендокринних залоз, психіку, працездатність. Найзгубніше ці коливання біоритмів діють на хворий організм, стан якого за несприятливих умов значно погіршується. Коли людина народжується, кожний з циклів стартує з нульової точки. З неї він починає зростати в позитивній фазі, протягом якої енергія та здібності, пов'язані з кожним циклом, високі. Кожен цикл можна зобразити синусоїдою.

Синусоїда - плоска крива, що є графіком функції  $y = \sin(x)$ . Побудуємо графік тригонометричної функції на найменшому додатному проміжку, що дорівнює найменшому додатному періоду.

Графік функції  $y = \sin(x)$  побудуємо на відрізку  $[0; 2\pi]$  (мал. 8). Позначимо на осі  $Ox$  відрізок  $[0; 2\pi]$  довжина якого наближено дорівнює  $2\pi \approx 2 \times 3,14 = 6,28$ . Поділимо відрізок  $[0; 2\pi]$



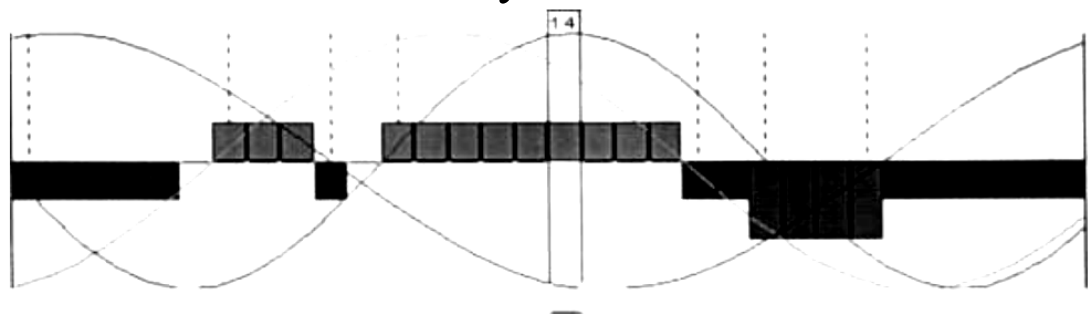
мал. 8

Враховуючи, що функція  $y=\sin(x)$  періодична з періодом  $T=2\pi$ , можна побудувати її графік — синусоїду, плавну криву лінію.

Фізичний цикл повертається до нуля через 11 з половиною днів, емоційний - через 14, а інтелектуальний перетинає нульову лінію через 16 з половиною днів. Для рівноваги кожен період має негативну фазу, в якій наші фізичні, емоційні та інтелектуальні можливості суттєво знижуються. Це буде доти, аж доки знову не повернуться до позитивної фази - тоді весь процес знову повторюється.

Оскільки, три цикли мають різну тривалість, водночас перетинають нульову лінію вони дуже рідко — після дня народження це станеться тільки десь через 58 років. Відтак ми відчуваємо на собі вплив змішаних ритмів. Тому кожний наступний день може бути абсолютно несхожим на попередній. Особливо неприємні дні переходу біоритмів з однієї фази в протилежну - їх називають «критичними». У критичні дні фізичного циклу ми можемо захворіти. А коли інтелектуальний ритм знаходиться в критичній точці, чекай на несподіванки під час уроків, екзаменів або конкурсів. Саме тому бажано визначити власні біоритми, щоб заздалегідь знати, що на тебе чекає найближчим часом, і підготуватися, уникнути небезпеки. Так, власне, роблять майже всі спортсмени та бізнесмени. Кожен може уникнути непотрібних ускладнень, якщо заздалегідь знатиме свої критичні дні. Чи навпаки — використати на всю потужність ті дні, коли всі три цикли високі і ти маєш максимальну енергію.

Для того, щоб визначити тріаду циклів, необхідно вирахувати скільки років прожито від свого дня народження до сьогоднішнього дня. Наприклад, рік має 365 днів, а у високосному році 366 днів. Далі потрібно поділити вираховане число днів на 23, 28 і 33 - тобто для фізичного, емоційного та інтелектуального циклів. Складемо для прикладу таблицю біоритмів Іванова В.В., народився він 1.08.1991 року до 1 серпня 1999 року він прожив 2922 дні: у 91 -му 153 дні, плюс дні 5-ти звичайних років (1825), плюс 12 у 1999-му. Оці 2922 дні ділимо спочатку на 23 - щоб визначити фізичний цикл. Одержимо 127 і 21 в залишку.



#### ВИСОКОСНІ РОКИ

1900—1904—1908—1912—1916—1920—1924—1928—1932—1936—1940  
 1944—1948—1952—1956—1960—1964—1968—1972—1976—1980—1984  
 1988—1992—1996—2000—2004—2008—2012—2016—2020—2024—2028

Сам результат нас не цікавить, важливий залишок. Тобто 21. Тепер беремо папір у клітинку, проводимо горизонтальну лінію, на якій позначаємо дні липня та серпня. Кожна клітинка означатиме один з 30-ти днів липня та 31 серпня. Від дня 1 серпня відраховуємо вліво (назад) 21 клітинку і ставимо там червону крапку – це 0 фізичного циклу. А вправо (вперед) червону крапку ставимо через  $(23-21) = 2$  клітинки. Це ще один 0 "по фізиці". Третій нуль виявиться посередині циклу  $(23 : 2 = 11,5)$  – через одинадцять з половиною клітинок після

першої червоної крапки. Ось між цими трьома крапками і малюємо правильну синусоїду — спочатку вона йде вгору, через 11,5 клітинки проходить через 0, спускається вниз і повертається до нуля третьої крапки. Оця червона синусоїда і є показником фізичного циклу біоритмів Іванова В.В. Продовжувати її можна нескінченно за тим самим 23-денним циклом.

Залишився, напевно, найцікавіший етап роботи з біоритмами — застосувати здобуті знання та навички для того, щоб вирахувати біоритми безпосередньо для самої себе, і, користуючись картами біоритмів, бути готовою до всіляких несподіванок у житті. Для дослідження власних біоритмів можна використовувати комп'ютерну програму, зокрема можна використати програмний засіб — Біоритми V 4.01<sup>1</sup> створений програмістом Андрєєвим В.Г. в 2002 році.

## **2.1. МЕДИЧНА СТАТИСТИКА**

Діяльність лікарів різних спеціальностей незмінно пов'язана з обліком, розробкою та аналізом статистичних матеріалів. Вміння узагальнити, проаналізувати отриману в повсякденній медичній практиці інформацію дозволяє на вищому якісному рівні підходити до вирішення клінічних та організаційних проблем. Крім того, нерідко лікарю доводиться самому проводити наукові статистичні дослідження, тому вивчення статистичного методу при підготовці лікарів має велике значення в системі вищої медичної освіти.

Медична статистика, як частина єдиної статистичної науки, відповідає основним її функціям, які повинна виконувати наука — описова та аналітична. Статистику



розглядають як планування дослідження, методи збору інформації, групувань, розрахунок статистичних показників, їх наукова та практична значимість, а також елементи аналітичної статистики – методичні підходи до стандартизації, вивчення зв'язку, взаємозалежності та динаміки досліджуваних явищ.

Статистика розвивалась одночасно з розвитком суспільства та є результатом його розвитку. Існує інформація про наявність статистичного обліку населення в Китаї за дві тисячі років до нашої ери, в Древньому Римі. Вперше реєстрація смертних випадків була проведена в Англії у XVI ст. Проте збір числових даних носив недосконалий, а часто і вибіркового характер. Одним з перших прикладів використання статистичного методу в медицині можна вважати наукову працю Санторіо (1561-1636) «О статистической медицине» (1614), яка мала описовий характер. Він вперше пробує винайти вимірювальні прилади та встановити норму і патологію розвитку організму. Формування статистики як науки розпочалось у другій половині XVII ст. Вперше запровадив термін «статистика» німецький вчений Г. Авенхаль (1719-1772 рр.), який з 1746 року вперше почав викладати нову дисципліну, що мала назву «Статистика» в Марбурзькому та Геттінгенському університетах. Термін «статистика» пов'язувався з цифровим матеріалом про стан держави, її територію, населення, господарську діяльність, культуру та інше. Об'єм та наукова цінність статистики, як і інших галузей знань, змінювались у різні соціально-економічні епохи, відображаючи їх особливості.

Галузь статистики, яка вивчає питання, пов'язані з медициною, гігієною та громадською охороною здоров'я, називається медичною статистикою.

Медична статистика є розділом суспільної практики, галуззю статистики. Тому все, що вивчає предмет та методи статистики як науки, має відношення і до медичної статистики. Остання вивчає людину як суспільну істоту, а всі явища людського життя – як суспільно обумовлені. Людина є соціальною істотою, а здоров'я населення соціально обумовленим, суспільною категорією. Тому можна сказати, що змістом медичної статистики є кількісне вивчення процесів здоров'я населення та діяльності системи охорони здоров'я. Вона часто ґрунтується на даних про взаємозв'язок явищ та процесів, які відносяться до біологічних особливостей нашого організму. Це розглядається у безпосередньому зв'язку з чинниками навколишнього середовища при провідному значенні соціальних факторів.

Медична статистика вивчає:

- здоров'я всього населення та окремих його груп шляхом дослідження даних про його чисельність та склад, природний рух, фізичний розвиток, захворюваність та інше;
- виявляє взаємозв'язки показників здоров'я з різними чинниками середовища;
- вивчає дані про структуру, діяльність та кадри лікувально-профілактичних, санітарно-протиепідемічних закладів;
- організацію та проведення лабораторно-клінічних досліджень з оцінкою вірогідності результатів спостережень.

Таким чином, медична статистика має своїм завданням обґрунтування нормативно-організаційних потреб у наданні окремих видів допомоги, визначенні закономірностей рівня здоров'я населення та якості медичної допомоги, узагальнення результатів діяльності установ, лікарів, наукових досліджень.

В медичній статистиці можна виділити наступні розділи:

- статистика здоров'я населення, яка вивчає дані про його чисельність та склад, природний рух, фізичний розвиток, поширеність захворювань та інше, зв'язок цих явищ з різними чинниками середовища та організацію медичної допомоги;
- статистика системи охорони здоров'я - дані про мережу та діяльність медичних закладів;
- статистика організації та проведення клінічних та експериментальних досліджень, оцінка медико-біологічних даних.

#### *План та програма статистичного дослідження*

Статистичне дослідження завжди проводиться за певним планом, який включає як програмні, так і організаційні питання і визначається завданням статистичного спостереження, яке повинно забезпечити повну і різнобічну характеристику досліджуваного явища. Таким чином, складання плану дослідження передбачає вирішення ряду організаційних питань, які полягають у формулюванні мети, завдань дослідження, виборі об'єкта та одиниці спостереження, місця і терміну проведення дослідження, джерел отримання інформації,

форми практичної реалізації, а також методів статистичного дослідження.

Мета статистичного дослідження відповідає на питання «для чого вивчати?» Вона передбачає визначення притаманних явищу закономірностей та зв'язків цього явища з іншими, розробку заходів щодо зниження впливу несприятливих чинників на здоров'я, впровадження результатів роботи в практику охорони здоров'я та заходів, спрямованих на підвищення якості медичної допомоги. Завдання відповідає на питання «що робити?». Так, наприклад, завданням статистичного дослідження може бути вивчення рівня та структури явища (захворюваності, смертності) в певних групах населення, частоти явища в групах, на які впливають різні чинники (довкілля, біологічні, соціальні), обсяг та якість медичної допомоги окремим групам населення. При підготовці спостереження, крім мети, необхідно визначити, що саме підлягає обстеженню – встановити його об'єкт.

Об'єкт статистичного спостереження повинен мати межі визначеної для вивчення сукупності. Так, наприклад, до проведення статистичного дослідження діяльності лікувально-профілактичних закладів потрібно визначити, діяльність яких закладів буде вивчатися. Вони регламентуються завданнями дослідження. При вивченні поширеності захворювань та смертності населення також необхідно окреслити межі даної сукупності – серед яких груп населення це явище повинно вивчатися.

При проведенні перепису населення об'єктом дослідження буде сукупність осіб, які мешкають

постійно на певній території. При цьому важливо знати, кого переписувати: населення, що фактично мешкає на момент перепису, чи яке мешкає постійно. Так, дані про чисельність фактичного населення важливо знати для організації різних видів обслуговування, в тому числі медичного, а чисельність населення, яке мешкає постійно – для визначення складу різних контингентів (наприклад, дітей дошкільного чи шкільного віку для визначення забезпеченості їх школами та дитячими закладами). Таким чином, вибір та визначення об'єкта залежить від мети та завдань статистичного спостереження. Разом з визначенням об'єкта потрібно визначити одиницю спостереження.

Одиниця спостереження (одиниця обліку) – це складова частина статистичної сукупності (окрема особа, окреме явище), складовий елемент об'єкта, якому притаманні ознаки, що підлягають реєстрації та вивченню (стать, вік, маса тіла при народженні, стаж, результат лікування, термін перебування у стаціонарі та інше). Вона повинна бути чітко визначена: при вивченні захворюваності одиницею спостереження може бути як хвора людина, так і окреме захворювання залежно від визначених завдань та мети дослідження. При вивченні захворюваності за даними звертань до амбулаторно-поліклінічних закладів за одиницю спостереження беруть тільки первинне відвідування. При визначенні числа новонароджених враховують тільки народжених живими. Проте іноді бувають спеціальні вказівки щодо вибору одиниць дослідження.

Табличне зведення статистичного матеріалу часто потребує наочного зображення у вигляді графіків.

Графік, на відміну від таблиці, більш наочно показує загальну картину розподілу чи тенденцій розвитку явища. При його використанні простежуються більш виразні взаємозв'язки між показниками. Графіки використовуються з метою полегшення сприйняття матеріалу, його статистичного аналізу, порівняння отриманих даних. Вони допомагають краще зрозуміти чисельні співвідношеннях ознак, закономірності та взаємозв'язок окремих явищ, зробити висновки наочними. Графічні зображення сприяють також популяризації та розповсюдженню статистичних даних.

**Приклад 1.** Частота викликів швидкої допомоги до дітей при захворюваннях на пневмонію за місяцями року. Для побудови такої діаграми потрібно мати відповідний розподіл викликів. Радіусом довільної довжини описують коло. Шістьма діаметрами ділять його на рівні відрізки. Далі визначаємо:

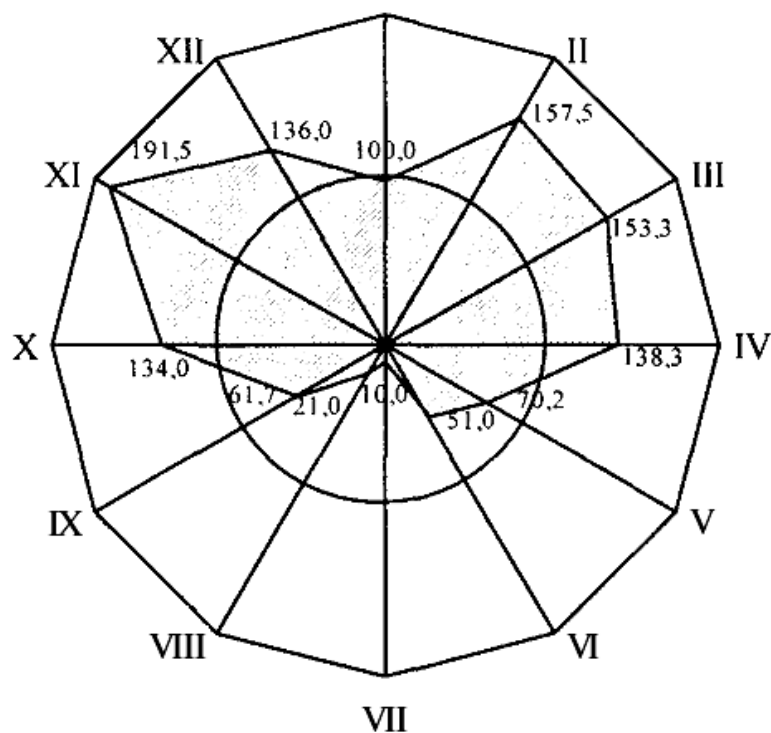
1. Середньоденне число викликів за кожен місяць.
2. Середньоденне число викликів за рік.
3. Для кожного місяця визначаємо відносний показник у %:

Середньоденне число викликів за місяць • 100 %

Середньоденне число викликів за рік

На зроблених таким чином дванадцяти радіусах (за числом місяців), чи їх продовженнях, відкладаємо значення розрахованого показника пропорційно прийнятому масштабу. За масштаб обирається величина радіуса, що відповідає середньоденному числу викликів за рік. Розраховані значення відкладають на прийнятій довжині радіуса і відмічені крапки з'єднують лініями.

Одержаний багатокутник відображає коливання викликів швидкої допомоги за місяцями року (мал. 9).



Помісячні коливання викликів швидкої допомоги до дітей при захворюваннях на пневмонію (%).

мал. 9

**Приклад 2.** Необхідно визначити середній час, затрачений на прийом одного хворого, коли відомо, що 5 лікарів вели прийом протягом 8 годин. Кожен з них затратив в середньому на прийом одного хворого відповідно 20; 16; 20; 15; 24 хвилини.

Розрахунок має наступну схему: сукупний робочий час лікарів складав:  $n = 8 \cdot 5 = 40$  годин (2400 хвилин, або 480 хвилин на одного лікаря).

Навантаження на кожного лікаря визначається: для першого –  $480 : 20 = 24$  хворих; для другого –  $480 : 16 = 30$  хворих і т.д.

Сумарно - 130 хворих.

Формула для розрахунку простої середньої гармонійної має вигляд:

$$x = \frac{2400 \text{ хв}}{130} = 18,46 \text{ хв}$$

#### 4. ЗАДАЧІ ПРИКЛАДНОГО СПРЯМУВАННЯ.

**Приклад 1.** Розчинення лікарської речовини з таблетки описується функцією  $m = m_0 \cdot e^{-kt}$ , де  $m_0$  – початкова маса таблетки,  $m$  – нерозчинена маса в момент часу  $t$ ,  $k$  – константа швидкості розчинення,  $t$  – час. Знайти рівняння швидкості розчинення і визначити швидкість розчинення при  $m_0 = 10\text{г}$ ,  $t = 10$  хвилин,  $k = 0,001 \text{ с}^{-1}$ .

**Розв’язання.** Як відомо, похідна функції визначає швидкість її зміни. У цьому полягає фізичний зміст похідної – це швидкість зміни величини, що описується функцією, залежно від зміни аргумента. Таким чином, швидкість розчинення речовини з таблетки є

$$m' = (m_0 \cdot e^{-kt})' = -km_0 \cdot e^{-kt} = -km$$

Отже, швидкість розчинення речовини з таблетки пропорційна нерозчиненій масі таблетки.

Швидкість розчинення, визначаємо підставляючи чисельні значення у вираз похідної. При заданих значеннях параметрів швидкість дорівнює

$$\begin{aligned} m'(10\text{min}) &= -km_0 \cdot e^{-kt} = -0,001 \cdot 10 \cdot e^{-0,001 \cdot 600} = \\ &= -0,01 \cdot e^{-0,6} \approx -0,0055 (\text{г} / \text{с}) \end{aligned}$$



**Приклад 2.** Зміщення, викликане імпульсним подразненням м'яза, описується рівнянням Релея

$$x = kte^{\frac{-t^2}{2}}, t > 0$$

Знайти швидкість і прискорення залежно від часу.

**Розв'язання.** З фізичного змісту першої і другої похідної функції витікає, що швидкість скорочення м'яза описується похідною зміщення по часу  $x'$ , а прискорення – другою похідною зміщення по часу  $x''$ . Отже, швидкість дорівнює

$$v = \frac{dx}{dt} = ke^{\frac{-t^2}{2}} (1 - t^2), t > 0$$

і прискорення дорівнює

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = ke^{\frac{-t^2}{2}} (2t^3 - 4t), t > 0$$

**Приклад 3.** При лікуванні деякого захворювання одночасно використовують два препарати. Реакція  $u$  (подана в одиницях деякого фізіологічного параметра) на  $x$  одиниць першого препарату та  $y$  одиниць другого описується залежністю

$$u(x, y) = x^2 y^2 (a - x)(b - y).$$

Яка кількість другого препарату  $y$  викликає максимальну реакцію при фіксованій дозі першого?

Розв'язання. При фіксованій кількості першого препарату залежність  $u(x,y)$  являє собою функцію однієї змінної  $y$ . Таким чином, задача зводиться до відшукування максимуму функції однієї змінної  $y$ . У точці максимуму перша похідна (яка є не чим іншим, як частинною похідною по  $y$ ) цієї функції дорівнює нулю.

Знайдемо частинну похідну функції  $u(x,y)$  по  $y$  (змінну  $x$  при цьому розглядаємо як константу):

$$u'_y = \frac{\partial u}{\partial y} = x^2(a-x)[2y(b-y)-y^2] = x^2(a-x)y(2b-3y).$$

Для відшукування екстремумів прирівнюємо похідну до нуля і розв'язуємо отримане рівняння відносно  $y$ :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = x^2(a-x)y(2b-3y) = 0$$

Дане рівняння має два корені  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = \frac{2b}{3}$ . Оскільки при переході через точку  $y_1$  у напрямку збільшення  $y$  похідна  $u'_y$  змінює знак з „-” на „+”, а при переході через точку  $y_2$  з „+” на „-”, то точка  $y = 0$  є точкою мінімуму, а точка  $y = 2b/3$  – точкою максимуму.

Отже, максимальна реакція досягається при дозі другого препарату  $y = \frac{2b}{3}$ , причому ця доза не залежить від дози першого препарату і є оптимальною завжди.

Зауважимо, що мінімум реакції при  $y=0$  означає, що дані препарати разом дають більший ефект, ніж окремо, і, таким чином, їх сумісне застосування є доцільним.

**Приклад 4.** Знайти приріст чисельності популяції і середню швидкість розмноження бактерій за проміжок часу від  $t_1=10$  хв до  $t_2=120$  хв, якщо швидкість приросту визначається формулою

$$V(t) = Ce^{kt},$$

де  $C = 10000$  бактерій – початкова чисельність,

$k = 0,0015\text{с}^{-1}$  – показник швидкості розмноження.

**Розв’язання.** Приріст числа бактерій  $\Delta N$  за проміжок часу  $[t_1, t_2]$  дорівнює

$$\Delta N = \int_{t_1}^{t_2} Ce^{kt} dt,$$

а середня швидкість розмноження на проміжку  $[t_1, t_2]$   $V_{\text{сеп}}$

$$V_{\text{сеп}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Ce^{kt} dt = \frac{\Delta N}{t_2 - t_1}$$

Переходячи до проміжків часу у секундах (оскільки показник швидкості розмноження задано у  $\text{с}^{-1}$ ), отримуємо

$$\begin{aligned}\Delta N &= \int_{600}^{7200} 10000 \cdot e^{0,0015t} dt = \frac{10000}{0,0015} \cdot e^{0,0015t} \Big|_{600}^{7200} = \\ &= \frac{10000}{0,0015} \cdot (e^{0,0015 \cdot 7200} - e^{0,0015 \cdot 600}) = \\ &= \frac{10000}{0,0015} \cdot (e^{10,8} - e^{0,9}) \approx 326788943555\end{aligned}$$

$$V_{\text{сер}} = \frac{\Delta N}{t_2 - t_1} = \frac{326788943555}{7200 - 600} = \frac{326788943555}{6600} \approx 49513476 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Таким чином, приріст числа бактерій становить 326788943555 штук, середня швидкість розмноження становить приблизно 49513476 бактерій на секунду.

Зауваження. Число бактерій є, очевидно, дискретною величиною, для якої, взагалі кажучи, безпосереднє застосування визначеного інтегралу є некоректним, оскільки в інтегральному численні припускається неперервна змінна. Але при дослідженні явищ з великими числами (як чисельність популяції бактерій) дискретністю можна знехтувати. При цьому слід мати на увазі випадковий характер таких масових явищ і розуміти, що отримане чисельне значення не можна розглядати як абсолютно точне.

**Приклад 5.** Визначити періодичність внутрішньовенного введення лікарського препарату, якщо одноразово вводиться 1 г препарату і концентрація його в крові повинна постійно бути не нижчою 10 мг/л.

Коефіцієнт елімінації  $k_e = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{с}^{-1}$ , об'єм крові дорівнює 5 л.

Розв'язання. Скористаємось залежністю концентрації препарату від часу

$$C = C_0 e^{-k_e t},$$

З цієї залежності час  $t$ , коли концентрація досягає деякого значення  $C$ , визначається за формулою

$$t = \frac{\ln \frac{C}{C_0}}{-k_e}.$$

Початкова концентрація  $C_0$  дорівнює

$$C_0 = C(0) = 1\text{г} / 5\text{л} = 200(\text{мг} / \text{л}).$$

Таким чином, залежність концентрації препарату від часу описується рівнянням:

$$C(t) = 200 \cdot e^{-0,000032 \cdot t} (\text{мг} / \text{л}).$$

Для визначення часу, коли концентрація препарату зменшиться до мінімально припустимої  $C_{\min} = 10 \text{мг} / \text{л}$ , складемо рівняння

$$10 = 200 \cdot e^{-0,000032 \cdot t}.$$

Розв'язуючи рівняння відносно  $t$ , знаходимо

$$t = \frac{\ln \frac{10}{200}}{-0,000032} = 93617(\text{сек}) = \frac{93617}{3600} \approx 26(\text{годин})$$

Таким чином, для підтримання концентрації препарату у крові не нижче мінімально припустимої необхідно виконувати введення його з періодом не більше 26 годин. Фактично, виходячи з природної періодичності процесів можна призначити проведення ін'єкцій раз на добу приблизно в один і той самий час.

**Приклад 6.** При захворюванні шлунку ймовірність правильного діагнозу при рентгеноскопічному обстеженні становить 0,7, а при ендоскопічному – 0,8. Яка ймовірність правильного діагнозу, якщо хворий проходить незалежно рентгеноскопічне та ендоскопічне обстеження?

**Розв'язання.** Позначимо випадкові події:  $R$  – правильний діагноз при рентгеноскопічному обстеженні,  $E$  – правильний діагноз при ендоскопічному обстеженні. Очевидно, ці події є сумісними і незалежними. За умовою

$$P(R) = 0,7; \quad P(E) = 0,8.$$

Встановлення правильного діагнозу при проходженні незалежно обох обстежень відповідає об'єднанню подій  $R$  та  $E$  (правильний діагноз встановлюється або першим, або другим методом, або обома ними). Таким чином, ймовірність правильного діагнозу  $P(D)$  при обох обстеженнях визначається за формулою додавання ймовірностей:

$$\begin{aligned} P(D) &= P(R \cup E) = P(R) + P(E) - P(R) \cdot P(E) = \\ &= 0,7 + 0,8 - 0,7 \cdot 0,8 = 0,94. \end{aligned}$$

**Приклад 7.** Серед пацієнтів діагностичного центру 40% з району А, 20% – з району В, 25% – з району С і 15% – з району D. В районі А 20% населення є потерпілими від Чорнобильської аварії, в районі В – 10%, в районі С – 12%, в районі D – 10%. Яка ймовірність, що навмання обраний пацієнт є потерпілим від Чорнобильської катастрофи?

**Розв’язання.** Введемо відносно випробування „випадковий вибір пацієнта” позначення випадкових подій:

А – пацієнт з району А,

В – пацієнт з району В,

С – пацієнт з району С,

D – пацієнт з району D,

К – пацієнт є потерпілим від Чорнобильської катастрофи.

Очевидно, події А, В, С, D утворюють повну групу випадкових подій відносно даного випробування, оскільки при випробуванні обов’язково відбувається якась одна і тільки одна з цих подій (дійсно, кожний пацієнт обов’язково належить до якогось з даних чотирьох районів, і він не може бути одночасно з двох чи більше районів). За умовою задачі визначимо ймовірності приналежності пацієнта до кожного з районів:

$$P(A) = 0,40; \quad P(B) = 0,20; \quad P(C) = 0,25; \quad P(D) = 0,15.$$

Подія К здійснюється тільки при здійсненні якоїсь із подій А, В, С, D і є залежною від них, так що, виходячи з умови задачі, можемо визначити умовні ймовірності події К:

$$P(K|A) = 0,20; \quad P(K|B) = 0,10;$$

$$P(K|C) = 0,12; \quad P(K|D) = 0,10.$$

Оскільки події А, В, С, D утворюють повну групу випадкових подій і подія К є залежною від них, то можемо застосувати формулу повної ймовірності, за якою ймовірність події К дорівнює:

$$\begin{aligned} P(K) &= P(A) \cdot P(K|A) + P(B) \cdot P(K|B) + P(C) \cdot P(K|C) + \\ &+ P(D) \cdot P(K|D) = 0,40 \cdot 0,20 + 0,20 \cdot 0,10 + 0,25 \cdot 0,12 + \\ &0,15 \cdot 0,10 = 0,145 \end{aligned}$$

Отже, ймовірність того, що випадковий пацієнт діагностичного центру є потерпілим від Чорнобильської катастрофи становить 14,5%.

**Приклад 8.** Серед пацієнтів діагностичного центру 40% з району А, 20% – з району В, 25% – з району С і 15% – з району D. В районі А – 20% населення є потерпілими від Чорнобильської аварії, в районі В – 10%, в районі С – 12%, в районі D – 10%. Навмання обраний пацієнт виявляється постраждалим від Чорнобильської катастрофи. Знайти ймовірності його приналежності до кожного з чотирьох районів.



Розв'язання. Введемо відносно випробування „випадковий вибір пацієнта” позначення випадкових подій (гіпотез):

А – пацієнт з району А,

В – пацієнт з району В,

С – пацієнт з району С,

Д – пацієнт з району Д,

К – пацієнт є потерпілим від Чорнобильської катастрофи.

Очевидно, події А, В, С, Д утворюють повну групу випадкових подій відносно даного випробування, оскільки при випробуванні обов'язково відбувається якась одна і тільки одна з цих подій (дійсно, кожний пацієнт обов'язково належить до якогось з даних чотирьох районів, і він не може бути одночасно з двох чи більше районів). За умовою задачі визначимо апріорні ймовірності приналежності пацієнта до кожного з районів (ймовірності гіпотез):

$$P(A) = 0,40; \quad P(B) = 0,20;$$

$$P(C) = 0,25; \quad P(D) = 0,15.$$

Подія К здійснюється тільки при здійсненні якоїсь із подій А, В, С, Д і є залежною від них, так що, виходячи з умови задачі, можемо визначити умовні ймовірності події К:

$$P(K|A) = 0,20; \quad P(K|B) = 0,10;$$

$$P(K|C) = 0,12; \quad P(K|D) = 0,10.$$

Оскільки задача вимагає визначення ймовірностей гіпотез на основі відомого результату виконаного випробування і заданих ймовірностей гіпотез, то застосовуємо формулу Байєса, яка для даної задачі матиме вигляд:

$$P(G_i|K) = \frac{P(G_i) \cdot P(K|G_i)}{\sum_{A,B,C,D} P(G_j) \cdot P(K|G_j)},$$

де  $G_i, G_j$  – гіпотези А, В, С, D.

Підставляючи чисельні значення, отримуємо:

– ймовірність того, що пацієнт з району А

$$\begin{aligned} P(A|K) &= \frac{P(A) \cdot P(K|A)}{\sum_{A,B,C,D} P(G_j) \cdot P(K|G_j)} = \\ &= \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,4 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,12 + 0,15 \cdot 0,1} = \\ &= \frac{0,08}{0,145} \approx 0,552; \end{aligned}$$

– ймовірність того, що пацієнт з району В:

$$P(B|K) = \frac{P(B) \cdot P(K|B)}{\sum_{A,B,C,D} P(G_j) \cdot P(K|G_j)} = \frac{0,1 \cdot 0,2}{0,145} = \frac{0,02}{0,145} \approx 0,138;$$

– ймовірність того, що пацієнт з району С:

$$P(C|K) = \frac{P(C) \cdot P(K|C)}{\sum_{A,B,C,D} P(G_j) \cdot P(K|G_j)} = \frac{0,25 \cdot 0,12}{0,145} = \frac{0,03}{0,145} \approx 0,207;$$

– ймовірність того, що пацієнт з району D:

$$P(D|K) = \frac{P(D) \cdot P(K|D)}{\sum_{A,B,C,D} P(G_j) \cdot P(K|G_j)} = \frac{0,15 \cdot 0,10}{0,145} = \frac{0,015}{0,145} \approx 0,103.$$

**Приклад 9.** Час  $t$  виготовлення лікарського препарату провізором є рівномірно розподіленою випадковою величиною на інтервалі від 10 до 25 хвилин. Знайти:

- вираз функції густини розподілу та вираз функції розподілу часу виготовлення препарату;
- середній час виготовлення препарату та його дисперсію і стандартне відхилення;
- ймовірність того, що препарат буде виготовлено за час не більше 15 хвилин.

**Розв'язання.** а) Функцію густини розподілу часу виготовлення препарату  $f(t)$  визначаємо, виходячи з означення рівномірного розподілу: за межами проміжку  $[10\text{хв.}; 25\text{хв.}]$  густина розподілу дорівнює нулю, а в межах цього проміжку вона є оберненою величиною до ширини проміжку, тобто

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{при } t < 10; \\ f(t) = \frac{1}{15} & \text{при } 10 \leq t \leq 25; \\ 0 & \text{при } t > 25. \end{array} \right.$$

Функція розподілу  $F(\tau)$  визначається шляхом інтегрування функції густини розподілу  $f(t)$  в межах від  $-\infty$  до  $\tau$ :

$$F(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} f(t)dt.$$

Інтегруючи окремо по інтервалах визначення функції густини розподілу, знаходимо:

$$F(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < 10; \\ \frac{\tau-10}{15}, & 10 \leq \tau \leq 25; \\ 1 & \tau > 25. \end{cases}$$

б) Середній час виготовлення препарату  $T$  визначається як його математичне сподівання:

$$\begin{aligned} T &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = \int_{-\infty}^{10} 0 \cdot dt + \int_{10}^{25} \frac{1}{15} \cdot t \cdot dt + \int_{25}^{+\infty} 0 \cdot dt = \frac{1}{15} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_{10}^{25} = \\ &= \frac{1}{30} (25^2 - 10^2) = 17,5(\text{хв.}) \end{aligned}$$

Дисперсія  $D(t)$  часу виготовлення дорівнює:

$$\begin{aligned} D(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} (t-T)^2 \cdot f(t)dt = \int_{-\infty}^{10} 0 \cdot dt + \int_{10}^{25} \frac{1}{15} \cdot (t-17,5)^2 \cdot dt + \int_{25}^{+\infty} 0 \cdot dt = \\ &= \frac{1}{15} \cdot \frac{(t-17,5)^3}{3} \Big|_{10}^{25} = 18,75(\text{хв.}^2) \end{aligned}$$

Стандартне відхилення  $\sigma_t$  часу виготовлення препарату дорівнює

$$\sigma_t = \sqrt{D(t)} = \sqrt{18,75} = 4,33(\text{хв.})$$

в) Ймовірність того, що час виготовлення препарату буде в межах від  $t_1$  до  $t_2$  може бути визначена за допомогою функції розподілу за формулою:

$$P(t \in [t_1; t_2]) = F(t_2) - F(t_1)$$

або за допомогою функції густини розподілу за формулою:

$$P(t \in [t_1; t_2]) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$$

Скористаємось першою формулою. Умова «час виготовлення препарату не більше 15 хв» означає, що час виготовлення препарату належить до інтервалу  $(-\infty; 15]$ .

За знайденою функцією розподілу визначаємо:

$$F(-\infty) = 0; \quad F(15) = \frac{15-10}{15} = \frac{1}{3} \approx 0,333.$$

Шукана ймовірність дорівнює:

$$P(t \in [-\infty; 15]) = F(15) - F(-\infty) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}.$$

**Приклад 10.** За добу у пологовому будинку народжено 5 немовлят. Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,52. Знайти ймовірність того, що серед народжених

- а) рівно троє хлопчиків;
- б) не менше трьох дівчаток.

а) Знайти константу  $a$  і вираз функції розподілу.

Розв'язання. Оскільки окремі народження є незалежними подіями і ймовірності народження хлопчика у кожному народженні є однаковими, то задача відповідає умовам випробувань Бернуллі (послідовні незалежні випробування).

Введемо позначення випадкових подій:

$A$  – народження хлопчика,

$A_3$  – народження трьох хлопчиків з п'яти дітей,

$B$  – народження дівчинки,

$B_i$  – народження  $i$  дівчаток з п'яти дітей,

$C$  – народження не менше трьох дівчаток з п'яти дітей.

За умовою маємо

$$P(A) = p = 0,52;$$

$$P(B) = P(\bar{A}) = q = 1 - 0,52 = 0,48.$$

а) Ймовірність того, що серед народжених рівно троє хлопчиків визначаємо за формулою Бернуллі:

$$P(A_3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^{5-3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 0,52^3 \cdot 0,48^2 = 0,324.$$

б) Подія  $C$  полягає у народженні або 3, або 4, або 5 дівчаток, які являють собою несумісні події, так що подія  $C$  є їх об'єднанням. Отже, у відповідності з теоремою додавання ймовірностей і формулою Бернуллі, для ймовірності народження не менше трьох дівчаток маємо:

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(B_1 \cup B_2 \cup B_3) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \\
 &= C_5^3 \cdot q^3 \cdot p^{5-3} + C_5^4 \cdot q^4 \cdot p^{5-4} + C_5^5 \cdot q^5 \cdot p^{5-5} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 0,48^3 \cdot 0,52^2 + \\
 &+ \frac{5!}{4! \cdot 1!} \cdot 0,48^4 \cdot 0,52^1 + \frac{5!}{5! \cdot 0!} \cdot 0,48^5 \cdot 0,52^0 = 0,462.
 \end{aligned}$$

**Приклад 11.** В результаті вакцинації імунітет від захворювання формується з ймовірністю 0,999. Вакцинацію пройшли 4000 дітей. Яка ймовірність того, імунітету не набуло двоє дітей?

**Розв'язання.** Ймовірність події „ненабуття імунітету”, яку позначимо  $N$ , як події протилежної до події „набуття імунітету”, яку позначимо  $I$ , становить

$$P(N) = 1 - P(I) = 1 - 0,999 = 0,001.$$

Оскільки число випробувань велике (4000) і ймовірність події „ненабуття імунітету” постійна і достатньо мала (0,001), то можна вважати, що число дітей, що не набули імунітету, описується розподілом Пуассона (закон рідкісних подій).

Ймовірність  $m$ -разового здійснення у серії з  $n$  випробувань випадкової події, яка має розподіл Пуассона, визначається за формулою Пуассона:

$$P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda},$$

де

$\lambda = n \cdot p$  – параметр розподілу,

$n$  – число випробувань,

$p$  – ймовірність здійснення події.

За умовою  $n=4000$ ,  $m=2$ ,  $p=0,001$ ,  $\lambda=4000 \cdot 0,001=4$ .

Підставляючи чисельні значення до формули Пуассона, знаходимо:

$$P_{4000}(2) = \frac{4^2}{2!} e^{-4} = 0,1465.$$

**Приклад 12.** Зріст жінок (см) має нормальний розподіл з математичним сподіванням  $\mu = 166$  см і стандартним відхиленням  $\sigma = 6$  см. Яка частина жінок має зріст

а) менше 180 см;

б) в межах  $[160; 175]$  см?

**Розв'язання.** Задана випадкова величина має нормальний розподіл  $N(166;6)$ .

Ймовірність приналежності випадкової величини  $X$ , що має нормальний розподіл  $N(\mu;\sigma)$ , до проміжку  $[x_1;x_2]$  дорівнює

$$P(X \in [x_1; x_2]) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1),$$

де  $\Phi(z)$  – функція розподілу ймовірності стандартного нормального розподілу  $N(0;1)$  (інтеграл ймовірності);

$z$  – нормалізована змінна

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}.$$

а) Умова „зріст менше 180 см” означає приналежність зросту до інтервалу  $(-\infty ; 180]$ . Переходимо до нормалізованої змінної  $z$ , для чого обчислюємо її значення на межах інтервалу

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{-\infty - 166}{6} = -\infty,$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{180 - 166}{6} = \frac{14}{6} \approx 2,33.$$



Знаходимо за таблицями значень функції  $\Phi(z)$

$$\Phi(2,33) = 0,99; \quad \Phi(-\infty) = 0.$$

Шукана ймовірність дорівнює

$$P(X \in [-\infty; 180]) = \Phi(2,33) - \Phi(-\infty) = 0,99 - 0 = 0,99.$$

б) Переходимо до нормалізованої змінної:

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{160 - 166}{6} = -1,$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{175 - 166}{6} = \frac{9}{6} = 1,5.$$

Знаходимо за таблицями значень функції  $\Phi(z)$

$$\Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0,841 = 0,159;$$

$$\Phi(1,5) = 0,933$$

і розраховуємо шукану ймовірність

$$P(X \in [160; 175]) = \Phi(1,5) - \Phi(-1) = 0,933 - 0,159 = 0,774.$$

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В.Г. Міжпредметні зв'язки як необхідний елемент предметної системи навчання / В.Г. Бевз // Математика в школі. – 2003. – № 5. – С. 6-11.
2. Бевз В.Г. Міжпредметні зв'язки як необхідний елемент предметної системи навчання / В.Г. Бевз // Математика в школі. – 2003. – № 6. – С. 7-12.
3. Білий М.С. Розкриття зв'язків між предметами природничо-математичного циклу / М.С. Білий // Радянська школа. – 1983. – № 1. – С. 17-24.
4. Козловська О. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики. Розвиток життєвої компетентності школярів / О. Козловська // Математика. – 2008. – № 3. – С. 5-9.
5. Копетчук В. Педагогічні умови професійного спрямування природничо-математичних предметів у медичному коледжі / В. А. Копетчук // Вісник Житомир. держ. ун-ту ім. І. Франка. – 2005. – № 25. – С. 243-245.
6. Копетчук В. Сутність професійної спрямованості навчання в медичних коледжах / В.А. Копетчук // Вісник Житомир. держ. ун-ту ім. І. Франка – 2007. – № 36. – С. 162-165.  
Копетчук В.А. Основи професійно спрямованого навчання студентів медичного коледжу / В.А. Копетчук // Педагогічні науки // 3б. наук. праць. – Ч. 2. – Суми: СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2008. – С. 39-44.
8. Свердан П. Вища математика. Аналіз інформації у фармації та медицині / П. Свердан. – Львів: Світ, 1998. – 186 с.

9. Шавальова О.В. Математика. Дидактичні матеріали для викладачів медичних вищих навчальних закладів I-II рівнів акредитації / Шавальова О.В. – Київ: КММК, 2004. – 92 с.