

Ковельський фаховий медичний коледж  
Волинської обласної ради

**ТІЛА ОБЕРТАННЯ: ВІД ФОРМУЛ ДО  
РЕАЛЬНОСТІ. МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ  
НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ.**



Викладач: Панасюк Л.А.

2025

## Тіла обертання: Від формул до реальності. Міжпредметні зв'язки на уроках геометрії.

---

У студентів першого та другого курсу геометрія набуває особливої глибини: студенти не лише вивчають абстрактні поняття, але й починають усвідомлювати, як математичні моделі застосовуються у фізиці, інженерії, техніці та навіть у військовій справі. Однією з ключових тем є тіла обертання – геометричні фігури, що утворюються при обертанні площинних фігур навколо прямої.

### До тіл обертання належать:

- Циліндр (обертання прямокутника навколо сторони),
- Конус (обертання прямокутного трикутника навколо одного з катетів),
- Куля (обертання півкола навколо діаметра).

### Міжпредметні зв'язки:

1. Фізика – момент інерції, рух снарядів, розподіл тиску у рідинах.
2. Хімія та біологія – молекули з симетрією обертання, клітини близькі до кулі.
3. Інформатика – 3D-модельювання.
4. Військова справа – кулі, гранати, ракети проектується у формі тіл обертання.

### Практичне спрямування: Фізика.

#### Задача 1. Циліндричне колесо.

Колесо має форму циліндра радіусом 0,4 м і масою 30 кг.

Обчисли його момент інерції відносно осі, що проходить через центр і паралельна осі циліндра.

Поясни, як момент інерції впливає на прискорення колеса при дії сили.

#### Задача 2. Кулястий снаряд.

Снаряд масою 5 кг і радіусом 0,1 м має форму кулі.

Знайди момент інерції кулі відносно осі через центр.

Обчисли кутову швидкість, якщо його кінетична енергія обертання становить 10 Дж.

#### Задача 3. Рух диска по похилій площині.

Диск масою 10 кг і радіусом 0,2 м скочується без ковзання по похилій площині висотою 5 м.

Знайди швидкість диска внизу схилу.

Поясни розподіл кінетичної енергії між поступальним і обертальним рухом.

#### Задача 4. Обертання циліндра на осі.

Циліндр масою 15 кг і радіусом 0,25 м обертається на горизонтальній осі.

Знайди момент інерції циліндра.

Обчисли кутове прискорення при дії моменту сили 5 Н·м.

**Задача 5. Розподіл тиску у рідині.**

Вода у вертикальній трубі висотою 2 м.

Обчисли тиск на дно труби (густина води  $1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ ).

Поясни, як тиск змінюється з висотою.

**Задача 6. Кулька на нитці.**

Кулька масою 0,2 кг на нитці радіусом 0,5 м обертається у горизонтальній площині.

Знайди момент інерції кульки відносно осі обертання.

Обчисли силу натягу нитки при кутовій швидкості 4 рад/с.

**Задача 7. Рух поршня.**

Циліндричний поршень масою 3 кг і радіусом 0,05 м обертається на осі.

Знайди момент інерції поршня.

Визнач кутову швидкість при моменті сили 0,6 Н·м.

**Задача 8. Кулька в резервуарі.**

Куля радіусом 0,1 м плаває у воді.

Обчисли об'єм і силу Архімеда.

Поясни, як сила Архімеда впливає на обертання кулі.

**Задача 9. Обертання гантелі.**

Гантель у вигляді двох куль масою по 2 кг і з'єднана стержнем довжиною 0,5 м.

Знайди момент інерції відносно осі, що проходить через центр стержня перпендикулярно йому.

Обчисли кутову швидкість при кінетичній енергії 5 Дж.

**Задача 10. Обертальний маятник.**

Тонкий стержень довжиною 1 м і масою 4 кг обертається навколо горизонтальної осі на кінці.

Знайди момент інерції стержня відносно осі.

Обчисли період малих коливань ( $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ ).

**Приклади задач міжпредметних зв'язків математики, хімії та біології.****Задача 1. Кулястий білок.**

Молекула білка має форму приблизно кулі з радіусом 5 нм.

Обчисли об'єм молекули та площу її поверхні.

Поясни, як це може впливати на взаємодію з іншими молекулами.

**Задача 2. Водна молекула як конус.**

Молекула води має форму, яку можна наближено представити конусом.

Висота конуса: 0,1 нм

Радіус основи: 0,05 нм

Обчисли об'єм молекули та площу бічної поверхні.

### **Задача 3. Еритроцит як об'єкт обертання.**

Еритроцит у спрощеній моделі має форму диска-тороїда.

Зовнішній радіус: 4 мкм, внутрішній радіус поглиблення: 2 мкм, товщина: 2 мкм

Обчисли об'єм клітини та площу поверхні для оцінки газообміну.

### **Задача 4. Куляста бактерія.**

Клітина бактерії (кок) має форму кулі з радіусом 1 мкм.

Обчисли площу її поверхні та об'єм.

Поясни, як площа поверхні впливає на обмін речовин.

### **Задача 5. Вірусна капсидна структура.**

Вірусний капсид має форму приблизно кулі з радіусом 50 нм.

Обчисли об'єм капсиду.

Зроби оцінку, скільки молекул ДНК можна розмістити всередині капсиду.

### **Задача 6. Куляста жирова крапля.**

Жирова крапля в клітині має форму кулі з радіусом 10 мкм.

Обчисли її об'єм та площу поверхні.

Поясни, як це впливає на обмін жирних кислот.

### **Задача 7. Молекула ДНК у спіралі.**

Секція ДНК можна наближено розглядати як циліндр.

Радіус: 1 нм, довжина: 10 нм

Обчисли об'єм цієї ділянки ДНК для порівняння з об'ємом клітини.

### **Задача 8. Аміно-кислота як обертальне тіло.**

Молекула амінокислоти можна наближено представити циліндром:

Висота: 0,5 нм

Радіус: 0,2 нм

Обчисли об'єм молекули та площу бічної поверхні.

### **Задача 9. Клітина яйцеклітини.**

Яйцеклітина людини близька до кулі з радіусом 50 мкм.

Обчисли об'єм і площу поверхні клітини.

Обговори, чому більші клітини рідше зустрічаються в природі.

### **Задача 10. Краплина води у клітині.**

Мікроскопічна крапля води всередині вакуолі можна моделювати як сферу з радіусом 20 мкм.

Обчисли об'єм і площу поверхні.

Поясни, як це впливає на осмотичний тиск у клітині.

## Приклади задач з використанням 3D-моделювання.

### Задача 1. Циліндр як контейнер.

Створи 3D-модель циліндра, який буде слугувати контейнером для рідкого матеріалу.

– Висота циліндра: 15 см

– Радіус основи: 5 см

– Обчисли об'єм циліндра та перевір у програмі моделювання, чи відповідає об'єм заданим розмірам.

### Задача 2. Конус як воронка.

Змоделюй конус, який буде використовуватись як воронка у 3D-друку.

– Висота конуса: 12 см

– Радіус основи: 4 см

– Обчисли площу бічної поверхні та перевір у програмі, чи площа збігається з розрахунками.

### Задача 3. Поршень у двигуні.

Створи 3D-модель поршня, що має форму циліндра:

– Радіус поршня: 3 см

– Висота поршня: 7 см

– Визнач об'єм поршня для подальшого розрахунку об'єму циліндра двигуна.

### Задача 4. Куля як об'єкт для віртуальної гри.

Змоделюй кулю з радіусом 6 см, яка буде використовуватись як ігровий об'єкт.

– Обчисли її об'єм та площу поверхні.

– Перевір точність у 3D-програмі.

### Задача 5. Світильник у вигляді параболоїда.

Створи абажур у формі обертання параболі навколо осі.

– Висота абажура: 20 см

– Радіус верхньої частини: 5 см, нижньої: 10 см

– Обчисли об'єм абажура для визначення кількості матеріалу для друку.

### Задача 6. Колесо велосипеда.

Змоделюй колесо у вигляді циліндра з радіусом 35 см та товщиною обода 3 см.

– Обчисли об'єм обода та площу його зовнішньої поверхні.

– Перевір моделювання у 3D.

### Задача 7. Бочка для води.

Створи модель бочки у формі циліндра:

– Висота: 80 см

– Радіус: 30 см

– Обчисли об'єм та масу бочки з водою (густина води: 1 кг/л).

### **Задача 8. Динамік у формі циліндра.**

Змоделюй корпус динаміка у вигляді циліндра:

- Висота: 25 см
- Радіус: 10 см
- Обчисли площу бічної поверхні для нанесення графічного дизайну.

### **Задача 9. Куля для 3D-анімації.**

Створи 3D-кулю з радіусом 4 см.

- Обчисли площу поверхні для нанесення текстури у програмі.
- Порівняй отриманий результат із автоматичною перевіркою у 3D-редакторі.

### **Задача 10. Гвинтова сходи́нка (спіральна поверхня обертання).**

Змоделюй спіральну сходи́нку навколо циліндричної осі:

- Радіус центральної осі: 2 м
- Висота сходи́нки: 0,25 м на один оберт
- Створи модель у програмі 3D та обчисли довжину сходи́нки по поверхні для перевірки.

## **Приклади задач з військовою тематикою.**

### **Задача 1. Снаряд.**

Снаряд має форму циліндра з конусоподібним носом. Радіус основи – 6 см, довжина циліндричної частини – 25 см, висота конуса – 12 см. Обчисліть об'єм снаряда.

### **Задача 2. Радар.**

Радар сканує простір у вигляді кулі радіусом 30 км. Обчисліть об'єм простору, який він охоплює.

### **Задача 3. Граната.**

Граната має форму кулі з радіусом 5 см. У середині вибухова речовина займає 85% її об'єму. Знайдіть об'єм вибухової речовини.

### **Задача 4. Ракета.**

Корпус ракети – циліндр радіусом 1 м та довжиною 12 м. Носова частина – конус висотою 3 м. Обчисліть загальний об'єм ракети.

### **Задача 5. Військова вежа-спостережник.**

Вежа має форму циліндра висотою 15 м і діаметром 4 м. На верху – купол у вигляді півсфери. Обчисліть об'єм споруди.

### **Задача 6. Танковий снаряд.**

Танковий снаряд має форму обтічника – комбінації конуса (висота 20 см, радіус основи 6 см) та півсфери того ж радіуса. Знайдіть його об'єм.

### **Задача 7. Мінометна міна.**

Міна складається з циліндричної частини висотою 18 см (радіус 5 см) та конуса висотою 7 см. Обчисліть об'єм міни.

Тема тіл обертання посідає особливе місце у вивченні геометрії студентами перших курсів. Вона дозволяє поєднати абстрактні математичні поняття з практичними застосуваннями у фізиці, хімії, біології, інформатиці та військовій справі. Розв'язуючи задачі, студенти не лише закріплюють знання формул для обчислення площ та об'ємів, а й вчаться бачити, як математичні моделі описують реальні об'єкти – від клітини чи молекули до ракети чи інженерної конструкції.

Міжпредметні зв'язки сприяють розвитку системного мислення, формують здатність інтегрувати знання з різних дисциплін та застосовувати їх у практичних ситуаціях. Особливої ваги набувають задачі з фізики, що дозволяють усвідомити роль моменту інерції, сили Архімеда, розподілу тиску й енергії в обертальному русі. Не менш важливими є приклади з біології та хімії, які показують, що навіть на мікрорівні об'єкти часто мають форму тіл обертання.

Таким чином, вивчення тіл обертання допомагає студентам зрозуміти єдність математики з природничими і технічними науками, розвиває просторову уяву, логічне мислення та формує готовність до подальшої професійної діяльності, де геометрія стає надійним інструментом пізнання й практичного застосування.