Урок № ___ **Дата___________**

Тема. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ ЇЇ ГРАФІК ТА ВЛАСТИВОСТІ.

Мета. сформувати знання учнів про означення, вид графіка та алгоритм побудови графіка квадратичної функції.

Тип уроку. Урок засвоєння нових знань.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

1. Перевірка наявності учнів у класі.
2. Перевірка готовності учнів до уроку.
3. Запис у зошитах дати уроку і теми.

II. Перевірка домашнього завдання.

Усно:

- Графіком функції $y = x^2$ є *парабола*
- Областю визначення функції називаються *всі допустимі значення x*
- Областю значень функції називаються *всі допустимі значення y*
- Нулями функції називають *значення аргументу при якому значення функції дорівнює нулю*
- Найбільшим значенням функції називають *найбільше число з області значень функції*
- Найменшим значенням функції називають *найменше число з області значень функції*

№ 402

1. $y = x^2 + 3$
2. $y = x^2 - 4$
3. $y = (x + 2)^2$
4. $y = (x - 5)^2$
5. $y = (x - 2)^2 + 3$
6. $y = (x + 1)^2 + 4$
7. $y = (x - 3)^2 - 1$
8. $y = (x + 5)^2 - 5$

III. Мотивація навчальної діяльності, повідомлення теми та мети уроку.

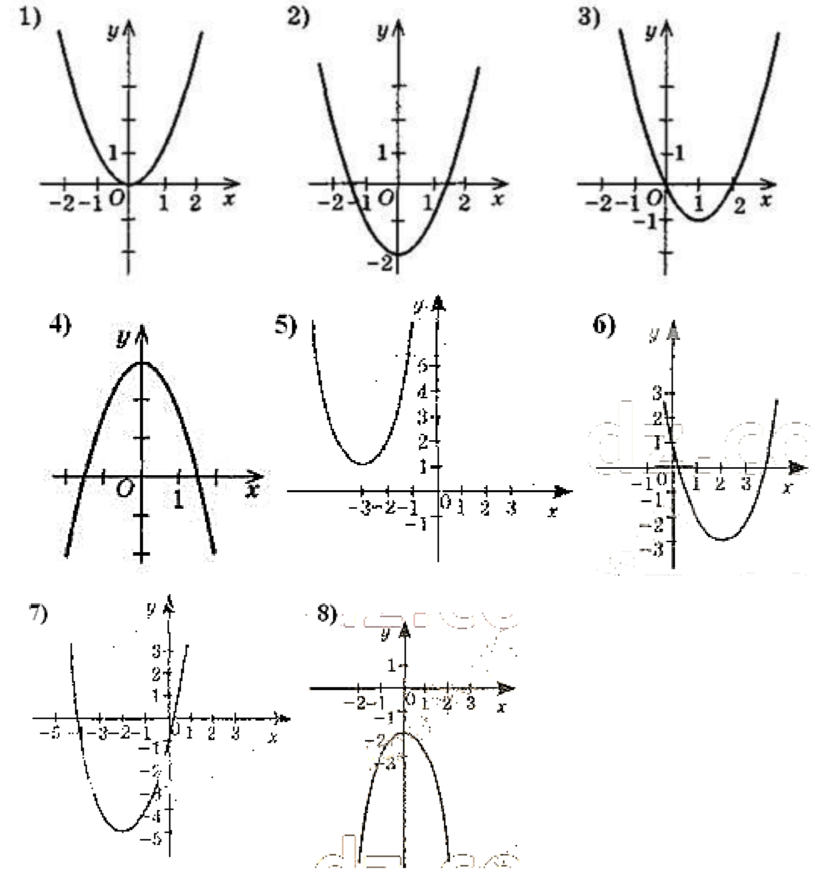
Тема нашого уроку – «Квадратична функція, її властивості та графік.»

Вивчивши способи геометричних перетворень графіків функцій, можна побудувати графік будь-якої алгебраїчної функції.

На сьогоднішньому уроці ми розглянемо квадратичну функцію, графік якої можна утворити з графіка функції $y = x^2$, шляхом виконання одного або кількох геометричних перетворень.

Письмові вправи

Завдання 1. Дано графіки функцій. Встановіть відповідність



a) $y = (x-1)^2$
b) $y = x^2 - 2$
c) $y = (x+3)^2 + 1$
d) $y = -x^2 + 3$
e) $y = (x+2)^2 - 5$
f) $y = -x^2 - 2$
g) $y = x^2$
h) $y = (x-2)^2 - 2$

Завдання 2. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + x = 0$; 2) $x^2 + 2x + 1 = 0$;
3) $x^2 - 3x + 2 = 0$; 4) $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

Завдання 3. Заповніть таблицю:

№	Квадратне рівняння:	Значення a	Значення b	Значення c	Дискримінант:	Визначити кількість коренів
1.	$-8x^2 - 5x + 2 = 0$				$D > 0$	
2.	$x^2 - 2x + 1 = 0$				$D = 0$	
3.	$5x^2 - 7x + 4 = 0$				$D < 0$	
4.	$-x^2 + 2x + 8 = 0$				$D > 0$	
5.	$5x^2 - 10x + 7 = 0$				$D < 0$	
6.	$x^2 + 10x + 9 = 0$				$D > 0$	
7.	$x^2 + 4x + 5 = 0$				$D < 0$	
8.	$-4x^2 + 12x + 9 = 0$				$D = 0$	
9.	$x^2 - 5x = 0$				—	
10.	$-x^2 - 2 = 0$				—	

11.	$-x^2 = 0$				—	
12.	$x^2 = 0$				—	

IV. Вивчення нового матеріалу.

План вивчення нового матеріалу

1. Означення квадратичної функції.
2. Графік квадратичної функції.
3. Алгоритм побудови графіка функції $y = ax^2 + bx + c$.

V. Формування умінь і навичок.

Функція виду $y = ax^2 + bx + c$, де $a \neq 0$, називається квадратичною.

Наприклад: $y = x^2 - 2x + 1$; $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x^2 + x + 2$ — квадратичні функції.

Графік квадратичної функції — парабола, вітки якої напрямлені вгору, якщо $a > 0$, і вниз — якщо $a < 0$.

Координати вершини $(x_0;\ y_0)$ параболи графіка $y = ax^2 + bx + c$ обчислюються за формулами:

$$\boxed{x_0 = -\frac{b}{2a}};\ \boxed{y_0 = -\frac{D}{4a}} \text{ або } \boxed{y_0 = f(x_0)}$$

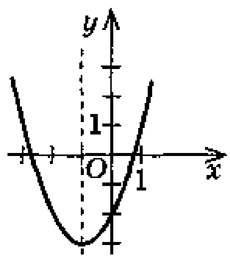
Для більшої точності побудови треба знайти точки перетину графіка з координатними осями, для цього треба x і y прирівняти до 0.

Приклад. Не виконуючи побудови, визначити напрям гілок графіка функції $y = x^2 + 2x - 3$ і знайдіть координати вершини заданої функції.	***Розв'язання:*** Функція $y = x^2 + 2x - 3$, є квадратичною, графік — парабола. Вітки параболи напрямлені вгору ($a = 1 > 0$), а координати вершини: $x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$; $y_в = -\frac{D}{4a} = -\frac{16}{4 \cdot 1} = -4$ або $y_в = f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -5 + 1 = -4$. Тобто вершина параболи (-1; - 4).

Таблиця 1 та Таблиця 2 (роздатковий матеріал)

VI. Закріплення вивченого матеріалу.

Завдання 4. *– в зошиті* На рисунку зображено графік функції $y = ax^2 + bx + c$. Використавши подані на рисунку умови, укажіть:

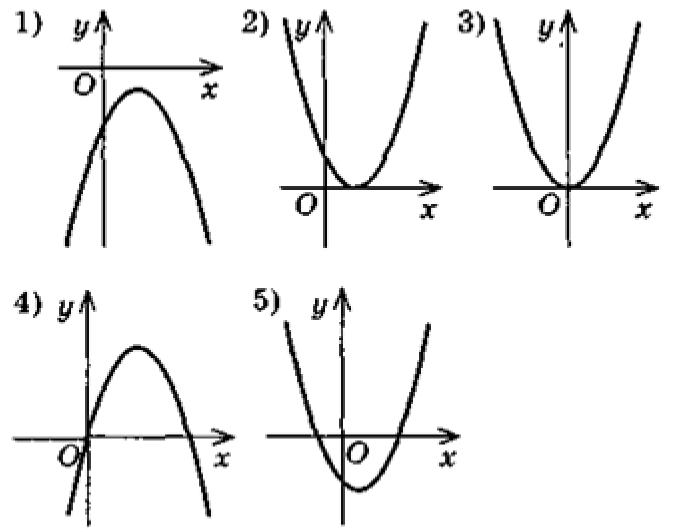


1) знак числа а в рівнянні $y = ax^2 + bx + c$;
2) координати вершини параболи;
3) вісь параболи.

Завдання 5. *– в зошиті* Не виконуючи побудови графіка функції $y = x^2 - 4x + 3$:
1) визначте напрям гілок параболи;
2) знайдіть координати вершини,
3) знайдіть вісь симетрії параболи;
4) знайдіть нулі функції;
5) знайдіть координати точок перетину з віссю $\boldsymbol{y}$.

Завдання 6. Не будуючи графіка $y = x^2 - 6x + 5$ знайдіть:
1) Область визначення функції;
2) Область значень функції;
3) Координати точок перетину графіка з осями координат;
4) Проміжки знакосталості функції
5) Проміжки зростання і спадання функції;
6) Найбільше (найменше) значення функції

Завдання 7. Із запропонованих рисунків графіків функцій $y = ax^2 + bx + c$, оберіть той, що задовольняє кожну з даних умов:



1) $a > 0$; $D > 0$; $c < 0$;
2) $a > 0$; $D = 0$; $c > 0$;
3) $a < 0$; $D < 0$; $c < 0$;
4) $a < 0$; $D > 0$; $c = 0$;
5) $a > 0$; $c = 0$; $D = 0$.

Завдання 8. Заповніть таблицю:

Функція	***Значення а***	***Напрямок гілок параболи***	***Кількість нулів***	***Координати вершини параболи***
$y = -3(x+1)^2 - 4$				
$y = x^2 - 1$				
$y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$				
$y = -2x^2 + 5$				
$y = (x-5)^2$				

За підручником Істер О.С.

$y = -x^2$				
$y = -x^2 + 2$				

VII. Підсумки уроку.

Запитання до класу:

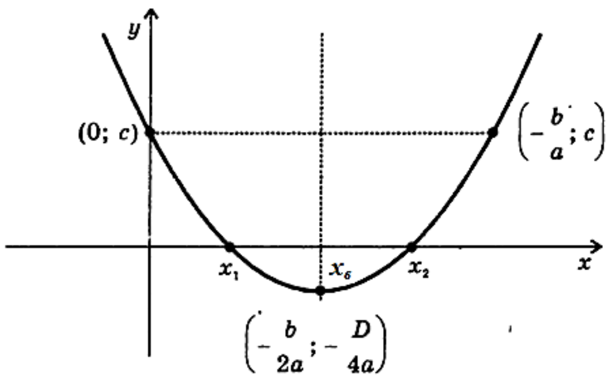
- Скільки нулів має функція, якщо $D > 0$, $D = 0$, $D < 0$
- Який напрям мають вітки параболи, якщо $a > 0$ та $a < 0$
- Як знайти вершину параболи і яке практичне застосування цієї формули

VIII. Пояснення домашнього завдання.

Домашнє завдання

1. Вивчити властивості квадратичної функції за опорним конспектом
2. Записати властивості функцій: $y = 2x^2 - 5x + 2$ та $y = -3x^2 + 4x - 4$

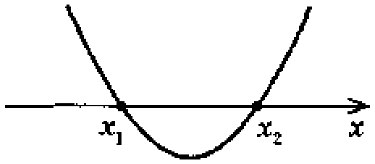
Таблиця 1

<table>
<tr><td colspan="2">$y=ax^2+bx+c$, де а (а $\neq$ 0), b, c – дійсні числа,
$$y=ax^2+bx+c=a(x+m)^2-n,$$
де $m=-\frac{b}{2a}; n=-\frac{D}{4a}$, де $D=b^2-4ac$.</td></tr>
<tr><td>1. Визначаємо напрямок віток параболи:</td><td>при $a>0$, вітки параболи спрямовані вгору, при $a<0$, вітки параболи спрямовані вниз.</td></tr>
<tr><td>2.Знаходимо координати вершини параболи:</td><td>$x_в=-\frac{b}{2a}, y_в=f(x_в)$ або $y_в=-\frac{D}{4a}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">І визначаємо вісь симетрії – це пряма $x=-\frac{b}{2a}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3.Знаходимо нулі функції, тобто $y=0$:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Для цього розв’язуємо рівняння $ax^2+bx+c=0$.</td></tr>
<tr><td>D= b² - 4ac</td><td>Теорема Вієта</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>D > 0
$x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$;
$x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$.</td><td>D = 0
$x=\frac{-b}{2a}$</td><td>D < 0
Рівняння коренів немає</td></tr></table></td><td>Застосовується для зведеного квадратичного рівняння,
$x^2+bx+c=0\,(a=1)$:
$\begin{cases} x_1\cdot x_2=c, \\ x_1+x_2=-b. \end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Графік $y=ax^2+bx+c$ перетинає вісь Ох у точках, координати яких дорівнюють кореням рівняння $ax^2+bx+c=0$</td></tr>
<tr><td>4.Знаходимо координати точок перетину з віссю ординат (Оу), тобто $x=0$, тоді $y=c$.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

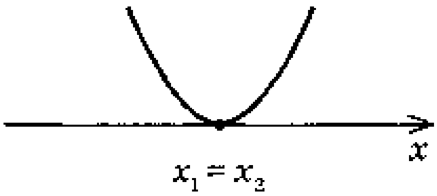
Таблиця 2

Властивості квадратичної функції
(функції виду $y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$)

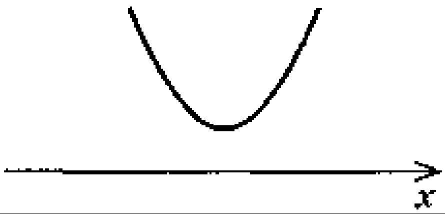
<table>
<tr><th>при $a > 0$</th><th>при $a < 0$</th></tr>
<tr><td>1. $D(y)$: $x \in R$
2. $E(y)$: $y \in [y_в; +\infty)$, де $y_в$ — ордината вершини параболи</td><td>1. $D(y)$: $x \in R$
2. $E(y)$: $y \in (-\infty; y_в]$, де $y_в$ — ордината вершини параболи</td></tr>
<tr><td>3. а) Якщо <u>$D > 0$</u>, то x_1, x_2 – нулі функції

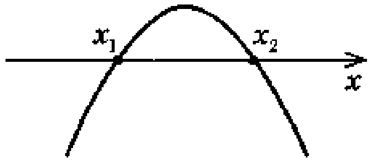
4. а) $y > 0$ при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$,
$y < 0$ при $x \in (x_1; x_2)$,


3. б) Якщо <u>$D = 0$</u>, $x_1 = x_2$ – нулі функції

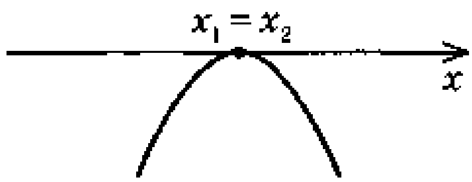
4. б) $y > 0$, при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$


3. в) Якщо <u>$D < 0$</u>, нулів функції немає

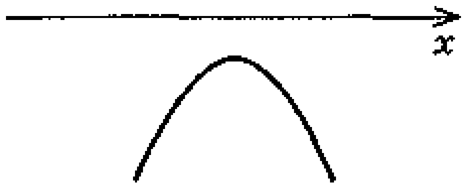
4. в) $y > 0$ при $x \in R$

</td><td>3. а) Якщо <u>$D > 0$</u>, то x_1, x_2 – нулі функції

4. а) $y > 0$ при $x \in (x_1; x_2)$,
$y < 0$ при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$,


3. б) Якщо <u>$D = 0$</u>, $x_1 = x_2$ – нулі функції

4. б) $y < 0$, при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$


3. в) Якщо <u>$D < 0$</u>, нулів функції немає

4. в) $y < 0$ при $x \in R$

</td></tr>
<tr><td>5. а) Функція зростає, якщо
$x \in [x_в; +\infty)$
б) Функція спадає, якщо
$x \in (-\infty; x_в]$, де $x_в$ — абсциса вершини параболи</td><td>5. а) Функція зростає, якщо
$x \in (-\infty; x_в]$
б) Функція спадає, якщо
$x \in [x_в; +\infty)$, де $x_в$ — абсциса вершини параболи</td></tr>
<tr><td>6. $y_{min} = y_в$, де $y_в$ — ордината вершини параболи</td><td>6. $y_{max} = y_в$, де $y_в$ — ордината вершини параболи</td></tr>
</table>