**Застосування інтеграла до обчислення площ та об’ємів геометричнихфігур.**

**1. Знаходження площі криволінійної трапеції.**

Враховуючи геометричний зміст визначеного інтеграла та формулу Ньютона – Лейбніца,площу криволінійної трапеції можна знаходити за допомогою визначеного інтеграла, а саме

http://www.subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image1774.jpg

***Приклад 1.***Обчисліть площу криволінійної трапеції, обчисленої графіком функції **f(х) = х3** та прямими **у = 0; х = 1; х = 2.**

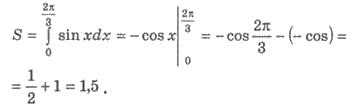
Розв’язання (мал. 1).

http://www.subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image1776.jpgМаємо

***Приклад 2.***Обчисліть площу криволінійної трапеції обмеженої графіком функції **f(x) = sin х** та прямими

http://www.subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image1778.jpg

Розв’язання (мал. 2). Маємо



**2. Знаходження площі фігури, обмеженої лініями**

Розглянемо площу фігури, зверху обмежену графіком функцій у = f(х), знизу - графіком функції у = g(х) та вертикальними прямими х = а і х = b, причому функції у = f(x) і у = g(х) - неперервні на [а;b] і для всіх значень х http://www.subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image013.gif [а;b] виконується нерівність f(x) ≥ g(x) (мал.3). Тоді площу S такої плоскої фігури можна знайти за формулою:

http://www.subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image1781.jpg

**Опорний конспект для знаходження площі плоских фігур**

***Приклад 3.*** Знайдіть площу фігури, обмежену графіками функцій

**у = х2 - 2х і у = 4 + х.**

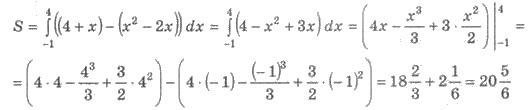
****Розв’язання.**

Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій:

х2 - 2х = 4 + х; х2 - 3х - 4 = 0; x1 = -1; x2 = 4.

Ординати точок перетину y1 = 3; у2 = 8. Зображуємо графіки функцій схематично (мал.4).

Шукана площа



***Приклад 4.***Знайдіть площу фігури, обмеженої параболами *у = х2*

і *у = 2х - х2* та віссю *ОХ.*

**Розв'язання**

Побудуємо графіки функцій *у* = *х2 і у* = *2х - х2* і знайдемо абсциси то­чок перетину цих графіків із рівнян­ня: *х*2 = 2*х* – *х*2. Корені цього рівнян­ня *х*1 *=* 0, *х*2 = 1. Дана фігура зобра­жена на мал.5.

Із рисунка видно, що ця фігура складається з двох криволінійнихтрапецій: *ОАВ* і *ВАС.*

Отже, шукана площа дорівнює сумі площ цих трапецій: *Відповідь: 1.*

***Приклад 5.***Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями*у* = – *х2 +* 4, *у =* 4 –*х*.

Знайдемо абсциси точок перетину ліній *у* = – *х2 +* 4, *у =* 4 -*х:*

*-х2 +* 4 = 4 -*х;*

*х2 -х =* 0;

*х(х* - 1) = 0;

*х1* = 0, *х2* = 1.



*Відповідь:*

***Приклад 6.***Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями ***у =х2 +* 1**і ***у =***

 Знайдемо абсциси точок перетину ліній

*у =х2 +* 1і*у =* :

*х2* + 1 =**; 3*х2 +* 3 = 25 - 5*х*;

3*x2 + 5x – 22 = 0; x1 = 2; x2 = .*

**

**.**

*Відповідь:*****.