

Похідна алгебраїчної суми

Нагадую, що похідна позначається за допомогою штриха вгорі праворуч над функцією.

Ось так: y' або $f'(x)$ читається ігрек штрих, еф штрих від ікс.

Штрих також може позначати похідну конкретної функції, наприклад: $(2x+3)'$, $(x+5x^2)'$, $(\sin x)'$ і т.д.

Вправи для повторення

Знайдіть похідну функції:

$$y = 5x$$

$$y' = (5x)' = 5 \cdot (x)' = 5 \cdot 1 = 5$$

$$y = 3x^2$$

$$y' = (3x^2)' = 3 \cdot (x^2)' = 3 \cdot 2x^{2-1} = 6x$$

$$y = \sin x$$

$$y' = (\sin x)' = \cos x$$

$$y = 8$$

$$y' = 8' = 0$$

$(C)' = 0$, константа	$(a^x)' = a^x \ln a$
$(x)^1 = 1$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$(e^x)' = e^x$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{arccotg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Запам'ятайте формулу !

$$(u + v)' = u' + v'$$

Похідна суми двох функцій дорівнює сумі похідних цих функцій

Розглянемо приклади знаходження похідної суми декількох функцій

1) Знайдіть похідну функції:

$$y = 3x^7 - 6x^5 - 4x^2 + 17$$

Обчислюємо похідну

$$y' = 3 \cdot 7x^{7-1} - 6 \cdot 5x^{5-1} - 4 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 21x^6 - 30x^4 - 8x$$

2) Знайдіть похідну функції:

$$y = \frac{1}{3}x^6 - 8\sqrt{x} + 2x$$

Знаходимо похідну степеневі функції

$$y' = \frac{1}{3} \cdot 6x^5 - 8 \cdot \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 2 = 2x^5 - 4x^{-\frac{1}{2}} + 2$$

3) Знайдіть похідну функції:

$$y = x - \frac{4}{x}$$

Обчислюємо за правилом похідної від степеневі функції

$$y' = 1 - 4 \cdot (-1) x^{-1-1} = 1 + \frac{4}{x^2}.$$

$$y = \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3} = 2x^{-2} - 3x^{-3}$$

Перепишемо функцію в зручному для диференціювання вигляді

$$y = 2x^{-2} - 3x^{-3}$$

та обчислюємо похідну

$$y' = 2 \cdot (-2) x^{-2-1} - 3 \cdot (-3) x^{-3-1} = -4x^{-3} + 9x^{-4}.$$

4) Знайдіть похідну функції:

$$y = \operatorname{ctgx} + \operatorname{tgx}$$

Похідну від тангенса та котангенса знаходимо з таблиці і зводимо до спільного знаменника

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{-\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = \\ &= \frac{-4(\cos^2 x - \sin^2 x)}{4\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{-4\cos 2x}{\sin 2x} = -4 \operatorname{ctg} 2x, \end{aligned}$$

Домашнє завдання:

Знайдіть похідну функції

$$\text{а) } y = 3x^2 - 5x + 7;$$

$$\text{в) } y = x^4 + 3x^3 - 5x + 4;$$

$$\text{б) } y = 2 - 3x - 8x^2;$$

$$\text{г) } y = 5 - 2x + 7x^2 - 3x^3.$$

$$\text{г) } y = \sin x + 2x;$$

$$\text{д) } y = \operatorname{tg} x + 4x.$$