# Тема уроку: Похідні елементарних функцій.

Чи кожна функція має похідну в кожній точці?

Функції не мають похідних в точках розриву, в точках злому та в кінцевих точках області визначення функції.

Ми розглядатимемо функції, графіки яких – неперервні лінії. Операцію визначення похідної функції називають ***диференціюванням.***

| | |
|---|---|
| $(C)' = 0$, константа | $(a^x)' = a^x \ln a$ |
| $(x)^1 = 1$ | $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ |
| $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ | $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ |
| $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ | $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ | $(e^x)' = e^x$ |
| $(\sin x)' = \cos x$ | $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ |
| $(\cos x)' = -\sin x$ | $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ |
| $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ | $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ | $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |

## Правила диференціювання

1. $(Cu)' = Cu'$;
2. $(u \pm v)' = u' \pm v'$;
3. $(u \cdot v)' = u'v + uv'$;
4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Це формули і правила за допомогою яких знаходять похідні функцій. **Накресліть в зошит таблицю похідних і запишіть правила диференціювання. ОБОВ'ЯЗКОВО ВИВЧІТЬ.**

**Розглянемо приклади знаходження похідної** степеневої функції

***Запамятайте формулу !***

$$\boxed{(x^n)' = n \cdot x^{n-1}}$$

**Знайдіть похідну функції:**

**1)** $g(x) = 3x^2$

За табличною формулою обчислюємо похідну

$g'(x) = 3(x^2)' = 3 \cdot 2x = 6x.$

**2)** $f(x) = x^8$

Знаходимо похідну степеневої функції

$f'(x) = (x^8)' = 8 \cdot x^{8-1} = 8x^7.$

**3)** $f(x) = -4x^4$

Обчислюємо похідну

$f'(x) = -4(x^4)' = -4 \cdot 4 \cdot x^{4-1} = -16x^3.$

**4)** $h(x) = x^{-3}$

Не лякайтеся від'ємних степенів, правила диференціювання працюють і для них

$h'(x) = (x^{-3})' = -3 \cdot x^{-3-1} = -3x^{-4}.$

**5)** $g(x) = -2x^{-10}$

Виконуємо диференціювання

$g'(x) = -2(x^{-10})' = 2 \cdot (-10)x^{-10-1} = -20x^{-11}.$

**6)** $f(x) = \frac{1}{x^4}$

Знаходимо похідну, перетворивши функцію до вигляду

$f'(x) = (x^{-4})' = -4 \cdot x^{-4-1} = -4x^{-5}.$

7) $h(x)=\frac{5}{x^6}$

Виконуємо згідно попередніх викладок

$$h'(x)=5\left(x^{-6}\right)'=5\cdot(-6)x^{-6-1}=-30x^{-7}.$$

**8)** $\varphi(x)=\frac{1}{2x^8}$

Обчислюємо похідну

$$\varphi'(x)=\frac{1}{2}\left(x^{-8}\right)'=\frac{1}{2}\cdot(-8)x^{-8-1}=-4x^{-9}.$$

**9)** $g(x)=\frac{3}{5}x^{-10}$

Виконуємо обчислення згідно правил

$$g'(x)=\frac{3}{5}\left(x^{-10}\right)'=\frac{3}{5}\cdot(-10)x^{-10-1}=-6x^{-11}.$$

**Знайдіть похідну функції:**

**1)** $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$

В степені змінної міститься дріб, правила для похідних такі самі як і для цілих чисел

$$f'(x)=\left(x^{\frac{1}{3}}\right)'=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}.$$

**2)** $h(x)=5x^{-\frac{2}{5}}$

Знаходимо похідну на основі попередніх міркувань

$$h'(x)=\left(5x^{-\frac{2}{5}}\right)'=5\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)x^{-\frac{2}{5}-1}=-2x^{-\frac{7}{5}}.$$

$f(x)=x^{\frac{3}{2}}$

Диференціюємо функцію за змінною

$$f'(x)=\left(x^{\frac{3}{2}}\right)'=\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1}=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

**4)** $\varphi(x)=\sqrt[5]{x^3}$

Спершу корінь зводимо до дробового показника (3/5) , а далі обчислюємо похідну

$$\varphi(x)=\left(\sqrt[5]{x^3}\right)'=(x^{\frac{3}{5}})'=\frac{3}{5}x^{\frac{3}{5}-1}=\frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}=\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}.$$

**5)** $f(x)=\frac{1}{2}x^{-\frac{2}{9}}$

Знаходимо похідну

$$f'(x)=\frac{1}{2}\left(x^{-\frac{2}{9}}\right)'=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{2}{9}\right)x^{-\frac{2}{9}-1}=-\frac{1}{9}x^{-\frac{11}{9}}.$$

## Домашнє завдання:

Знайдіть похідну функції

| | | |
|---|---|---|
| а) $f(x) = 5x^4$; | в) $f(x) = 0{,}5x^6$; | ґ) $f(x) = -2x^9$; |
| б) $f(x) = 0{,}8x^5$; | г) $f(x) = -x$; | д) $f(x) = -0{,}3x^5$. |