

## Розв'язування показникових рівнянь

**Приклад 1.** Розв'язати рівняння:

$$3^x + 3^{x+1} = 108.$$

Розв'язання.

$$3^x + 3^{x+1} = 108;$$

$$3^x + 3^x \cdot 3 = 108;$$

$$3^x(1 + 3) = 108;$$

$$3^x = \frac{108}{4} = 27 = 3^3;$$

$$x = 3.$$

Відповідь: 3.

**Приклад 2.** Розв'язати рівняння:

$$6^{x+1} - 6^x = 5^x - 4 \cdot 5^{x+1} + 5^{x+2} \quad \text{Розв'язання.}$$

$$6^{x+1} - 6^x = 5^x - 4 \cdot 5^{x+1} + 5^{x+2};$$

$$6^x \cdot 6 - 6^x = 5^x - 4 \cdot 5^x \cdot 5 + 5^x \cdot 5^2;$$

$$6^x(6 - 1) = 5^x(1 - 20 + 25);$$

$$6^x \cdot 5 = 5^x \cdot 6;$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)^x = \frac{6}{5};$$

$$x = 1.$$

Відповідь: 1.

**Розв'язування показникових рівнянь, що зводяться до квадратних відносно показникової функції**

**Приклад 3.** Розв'язати рівняння:

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0 \quad 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Розв'язання.

Позначивши  $5^x = y, y > 0$ , дістаємо  $y^2 - 6y + 5 = 0$ ,

корені якого  $y_1 = 5, y_2 = 1. y_1 = 5, y_2 = 1.$

Звідси початкове рівняння еквівалентне сукупності рівнянь

$$\begin{cases} 5^x = 5 \\ 5^x = 1' \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Відповідь: 0; 1.

**Приклад 4.** (Спробуй самостійно!)

Розв'язати рівняння:

$$9^x + 2 \cdot 3^x - 15 = 0$$

Відповідь: -5.

### Однорідні показникові рівняння

Рівняння виду

$$a_1 \cdot a^{2x} + a_2 \cdot a^x \cdot b^x + a_3 \cdot b^{2x} = 0$$

називають **однорідним показниковим рівнянням**.

Для розв'язання такого рівняння треба ліву й праву частину поділити на  $a^{2x}$  або на  $b^{2x}$ .

**Приклад 5.** Розв'язати рівняння:

$$2^{2x+2} - 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} = 0$$

$$2^{2x+2} - 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} = 0$$

Розв'язання .

$$2^{2x+2} - 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} = 0$$

$$2^{2x} \cdot 4 - 3^x \cdot 2^x - 2 \cdot 3^{2x} \cdot 9 = 0;$$

$$\frac{2^{2x} \cdot 4}{2^{2x}} - \frac{3^x \cdot 2^x}{2^{2x}} - \frac{18 \cdot 3^{2x}}{2^{2x}} = 0, \text{ бо } 2^{2x} > 0;$$

$$4 - \left(\frac{3}{2}\right)^x - 18 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = 0.$$

Нехай  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t, t > 0$

$$4 - t - 18t^2 = 0; \quad -8t^2 - t + 4 = 0;$$

$$D = 289; \quad t_1 = -1/2 - \text{ не задовольняє умову } t > 0; \quad t_2 = 4/9$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9}; \quad \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x}; \quad \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9}; \quad \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x};$$

$$x = -2.$$

Відповідь: -2.

**Приклад 6.** (Спробуй самотійно!)

Розв'язати рівняння:

$$4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x.$$

Відповідь: 2;-2.

Завдання на вибір

Середній рівень:

$$6^{x+2} - 4 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 6^x = 120.$$

Відповідь: 1.

Достатній рівень:

$$49 \cdot 7^{2x} - 50 \cdot 7^x + 1 = 0.$$

Відповідь: -2;0.

Високий рівень:

$$8^x + 18^x = 2 \cdot 27^x.$$

Відповідь: 0.

*Домашнє завдання*

**Розв'язати рівняння:**

- 1)  $5^{3x} - 2 \cdot 5^{3x-1} - 3 \cdot 5^{3x-2} = 60$
- 2)  $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$
- 3)  $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x.$