Тема уроку: **Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу.**

Запишіть в зошит формули!

$$\boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}$$ — **Основна тригонометрична тотожність**

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} \quad \boxed{\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}} \quad \boxed{\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1}$$

$$\boxed{\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\operatorname{tg}^2\alpha} \quad \boxed{\frac{1}{\sin^2\alpha}=1+\operatorname{ctg}^2\alpha}$$

З основної тригонометричної тотожності

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$ **маємо:**

$\sin^2 x=1-\cos^2 x$ $\qquad$ $\cos^2 x=1-\sin^2 x$

Завдання І: Спростити вираз

$\sin^2x+\cos^2x-\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{ctg}x=1-1=0$
$\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{ctg}x-\cos^2x=1-\cos^2x=\sin^2x$
$\frac{1-\sin^2x}{1-\cos^2x}=\frac{\cos^2x}{\sin^2x}=\operatorname{ctg}^2x$
$\frac{\sin^2x}{1-\sin^2x}\cdot\operatorname{ctg}x=\frac{\cancelto{\sin x}{\sin^2x}}{\cancelto{\cos x}{\cos^2x}}\cdot\frac{\cancelto{1}{\cos x}}{\cancelto{1}{\sin x}}=\frac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg}x$
$\frac{\cos^2x}{1-\cos^2x}\cdot tg^2\,x=\frac{\cancel{\cos^2x}}{\cancel{\sin^2x}}\cdot\frac{\cancel{\sin^2x}}{\cancel{\cos^2x}}=1$
$\frac{\cos^2\alpha-\cos^4\alpha}{\sin^2\alpha-\sin^4\alpha}=\frac{\cos^2\alpha\,(1-\cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha\,(1-\sin^2\alpha)}=\frac{\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}=1$

$$\frac{\sin^4\beta-\sin^6\beta}{\cos^4\beta-\cos^6\beta}=\frac{\sin^4\beta\,(1-\sin^2\beta)}{\cos^4\beta\,(1-\cos^2\beta)}=\frac{\sin^4\beta\cdot\cos^2\beta}{\cos^4\beta\cdot\sin^2\beta}=\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}=tg^2\beta$$

<u>Завдання II:</u>Відомо, що кут α гострий. Обчисліть значення

а)$\cos\alpha$, якщо $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$;

б) $\sin\alpha$, якщо $\cos\alpha=\frac{2}{3}$, $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$;

в) $tg\alpha$, якщо $cos\alpha=\frac{2}{5}$, $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{4}{25}}=\sqrt{\frac{21}{25}}=\frac{\sqrt{21}}{5}$,

$tg\,\alpha=\frac{\sqrt{21}}{5}:\frac{2}{5}=\frac{\sqrt{21}}{2}$;

г) $ctg\alpha$, якщо $tg\alpha=4$, $ctg\alpha=\frac{1}{tg\,\alpha}=\frac{1}{4}$.

<u>Завдання III:</u> Спростити вираз

а) $(tg\,\alpha+ctg\,\alpha)\cos^2\alpha=\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)\cdot\cos^2\alpha=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}\cdot\cos^2\alpha=$
$=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=ctg\,\alpha$;

б)$1-\sin\beta\cos\beta\,tg\,\beta=1-\sin\beta\cos\beta\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=1-\sin^2\beta=\cos^2\beta$;

в) $\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha=\cos^2\alpha\,(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha$;

г) $(tg\,\varphi+ctg\,\varphi)\sin\varphi\cos\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\cdot\sin\varphi\cos\varphi+\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\cdot\sin\varphi\cos\varphi=$
$=\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1$.