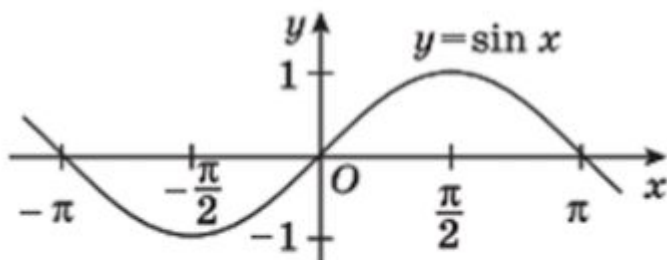


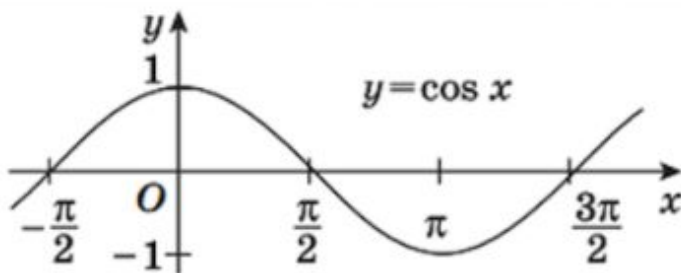
Властивості та графіки тригонометричних функцій

Функція $y = \sin x$



1. Область визначення — $\mathbb{R}$.
2. Область значень — $[-1; 1]$.
3. Функція непарна.
4. Функція періодична ($T = 2\pi$).
5. Графік функції перетинає вісь Oy у точці $(0; 0)$, а вісь Ox — у точках $(\pi k; 0)$, де $k \in \mathbb{Z}$ (див. рис.).
6. $y > 0$, якщо $x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$;
 $y < 0$, якщо $x \in (\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$.
7. Функція зростає на проміжках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$,
і спадає на проміжках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$.
8. $y_{\max} = 1$ у точках $x_{\max} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $y_{\min} = -1$ у точках $x_{\min} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Функція $y = \cos x$



1. Область визначення — $\mathbf{R}$.
2. Область значень — $[-1; 1]$.
3. Функція парна.
4. Функція періодична ($T = 2\pi$).

5. Графік функції перетинає вісь Oy у точці $(0; 1)$, вісь Ox — у точках $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; 0\right)$, $k \in \mathbf{Z}$ (див. рис.).

6. $y > 0$, якщо $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$;

$y < 0$, якщо $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.

7. Функція зростає на проміжках $[-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$, $k \in \mathbf{Z}$, і спадає на проміжках $[2\pi k; \pi + 2\pi k]$, $k \in \mathbf{Z}$.

8. $y_{\max} = 1$ у точках $x_{\max} = 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$;

$y_{\min} = -1$ у точках $x_{\min} = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

Функція $y = \operatorname{tg} x$

1. Область визначення —

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

2. Область значень — $\mathbb{R}$.

3. Функція непарна.

4. Функція періодична з найменшим додатним періодом π .

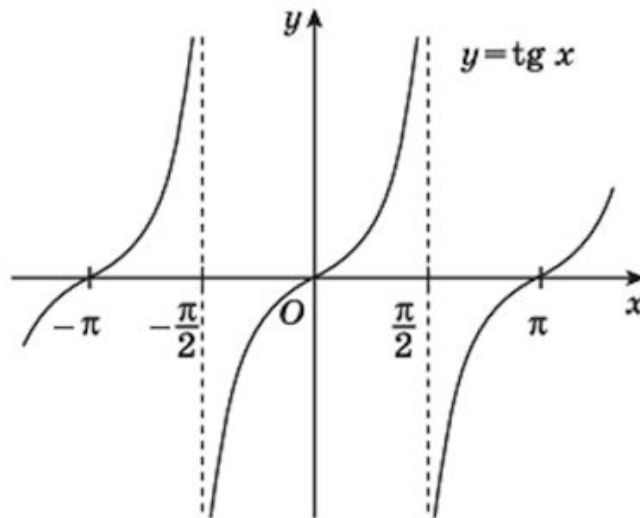
5. Графік функції перетинає вісь Oy у точці $(0; 0)$, вісь Ox — у точках $(\pi k; 0)$, $k \in \mathbb{Z}$ (див. рис.).

6. $y > 0$, якщо $x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$, $k \in \mathbb{Z}$;

$$y < 0, \text{ якщо } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}.$$

7. Функція зростає на проміжках $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

8. Найменших і найбільших значень функція не має.



Функція $y = \operatorname{ctg} x$

Функція $y = \operatorname{ctg} x$

1. Область визначення —
 $x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

2. Область значень — $\mathbb{R}$.

3. Функція непарна.

4. Функція періодична з найменшим додатним періодом π .

5. Графік функції не перетинає осі Oy , а вісь Ox перетинає в точках

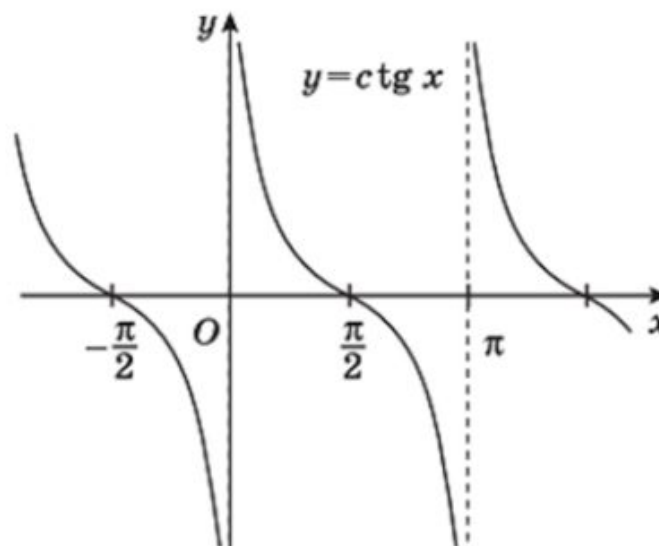
$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; 0\right), k \in \mathbb{Z}$ (див. рис.).

6. $y > 0$, якщо $x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$;

$y < 0$, якщо $x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$.

7. Функція спадає на проміжках $(\pi k; \pi + \pi k), k \in \mathbb{Z}$.

8. Найбільших і найменших значень функція не має.



Перетворення графіків функцій

- Для побудови графіка функції $y = f(x) \pm a$ необхідно виконати паралельне перенесення графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі OY на a одиниць вгору (вниз).
- Для побудови графіка функції $y = f(x \pm a)$ необхідно виконати паралельне перенесення графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі OX на a одиниць вліво (вправо).

Перетворення графіків функцій

- Для побудови графіка функції $y = |f(x)|$ необхідно побудувати графік функції $y = f(x)$ при $x \geq 0$, а для $x < 0$ побудувати графік, який буде симетричний для вже побудованого графіка відносно осі OX
- Для побудови графіка функції $y = f(|x|)$ необхідно побудувати графік функції $y = f(x)$ при $x \geq 0$, а для $x < 0$ побудувати графік, який буде симетричний для вже побудованого графіка відносно осі OY

Перетворення графіків функцій

- Для побудови графіка функції $y = -f(x)$ необхідно графік функції $y = f(x)$ відобразити симетрично відносно осі OX .
Для побудови графіка функції $y = f(-x)$ необхідно графік функції $y = f(x)$ відобразити симетрично відносно осі OY .