Основні правила диференціювання

1. $(c)' = 0$

2. $(cu)' = cu'$, $де \;\; c = const$

3. $(uv)' = u'v + uv'$

4. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

5. Похідна складеної функції дорівнює добутку похідної зовнішньої функції за проміжним аргументом на похідну проміжного аргументу за незалежною змінною.

$$y'_x = f'_u \cdot u'_x$$

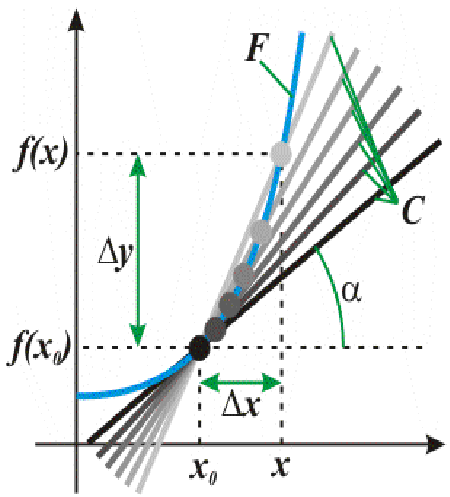
Вона на вигляд недолуга:
Штришок маленький, та й усе,
Але яку значну потугу
Цей ледь помітний знак несе!
Це символ моря знань високих,
Який не має меж і дна.
Не ступите не раз ні кроку
Без терміну, що зветься « похідна ».

Група 18-А-2

Вінницький коледж будівництва і архітектури КНУБА

Кравчук Андрій
Вербовенко Андрій
Новаковський Едуард

Похідна.
Теоретичні відомості



Під час вивчення різних понять в фізиці, економіці, техніці часто доводиться визначати швидкість зміни значень відповідних величин. Розв'язуючи такі задачі, застосовують методи **диференціального числення.**

Означення. *Похідною функції* $y = f(x)$ *за аргументом x* називається границя відношення приросту функції до приросту аргументу, коли приріст аргументу прямує до нуля.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Позначення:

$$y' = f'(x_0) = \frac{df(x_0)}{dx} = \frac{dy(x_0)}{dx} = Df(x_0).$$

Позначення Ньютона

Позначення Лейбніца

Операція знаходження похідної називається *диференціюванням* цієї функції.

Фізичний зміст похідної

Миттєвою швидкістю тіла, що рухається вздовж лінії $s = f(t)$, називається похідна функції $s = f(t)$ за часом t:

$$v = \frac{ds}{dt} = f'(t)$$

Прискорення прямолінійного руху тіла в даний момент часум дорівнює другій похідній шляху по часу для даного моменту:

$$a = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = v' = s''$$

Геометричний зміст похідної

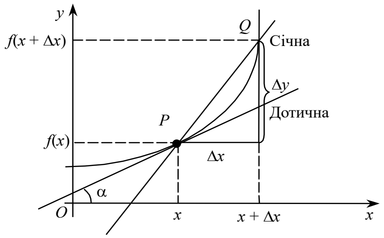


Рис.1. Геометричний зміст похідної

Значення похідної в деякій точці дорівнює тангенсу кута, утвореного дотичною до кривої в цій точці з додатним напрямом осі Ox.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) = \operatorname{tg}\alpha$$

Рівняння дотичної до графіка функції в точці $M(x_1,y_1)$ має вигляд:

$$y - y_1 = f'(x_1)(x - x_1).$$

Економічний зміст похідної

Означення. **Еластичністю** функції $y = f(x)$ називається границя відношення відносного приросту функції до відносного приросту аргументу x при $\Delta x \to 0$

$$E_x(f(x)) = \frac{x}{f(x)}\cdot f'(x).$$

Інтерпретація еластичності.

Еластичність функції показує наближено, на скільки відсотків зміниться функція $y = f(x)$ *у разі зміни незалежної змінної x на* 1%.

Похідні від основних елементарних функцій

$1.\ (x)' = 1$

$2.\ (x^m)' = mx^{m-1}$

$3.\ (e^x)' = e^x$

$4.\ (a^x)' = a^x\ln a$

$5.\ (\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

$6.\ (\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$

$7.\ (\sin x)' = \cos x$

$8.\ (\cos x)' = -\sin x$

$9.\ (tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$10.\ (ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$11.\ (\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$12.\ (\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$13.\ (arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

$14.\ (arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$