

Математичний квест

для учнів 10-11 класів

на тему: «Числа Фібоначчі і таємниці Всесвіту»

Корж Н. В., викладач математики
Ржищівський індустріально-педагогічний технікум
2019

Математичний квест для учнів 10-11 класів

Тема: Числа Фібоначчі і таємниці Всесвіту.

Мета: вдосконалення навичок системного мислення; застосування міжпредметних зв'язків у нестандартних ситуаціях; розвиток абстрактного та логічного мислення, навичок самостійної та командної роботи; формування широкого спектру навчальних інтересів.

Обладнання: картки із завданнями та підказками, ключ.

Перебіг квесту

Мотиваційно-організаційний етап

Розмірковуючи над питанням «Яка із сучасних наук народилась найпершою?», легко погодитися з думкою, що це математика. Навіть саме слово «математика» грецькою означає «наука» або «міркування». Важко уявити процес розвитку людського суспільства, суб'єкти якого не здатні міркувати. Отож гіпотеза про те, що математика – старша сестра в сімействі всіх наук, насправді є аксіомою і не потребує доведення. Вона завжди була і залишається необхідною людям.

Історія стародавнього світу багата видатними математиками. Кожній освіченій людині знайомі імена Архімеда, Евкліда, Піфагора, Герона. Вишуканість та глибина їх думок і водночас простота та геніальність їх досягнень викликають захоплення. Велич їх думок співзвучна величі Єгипетських пірамід.

Деякі вчені вважають, що піраміда в Гізі – це складна головоломка із числових комбінацій. Секрет її передали стародавньому історику Геродоту храмові жерці. Вона побудована таким чином, що площа кожної грані дорівнює квадрату висоти цієї грані.

Єгипетські піраміди побудовані у відповідності з досконалими пропорціями золотого перетину, що свідчить про високий рівень розвитку знань в області математики.

Це своєрідне послання людству, мета якого є передати знання законів певної математичної послідовності. В часи будування піраміди її будівничі не мали достатньо можливостей для вираження цих закономірностей за посередництва писемності, оскільки її на той час ще не існувало. Тому творцям піраміди вдалося передати свої знання математичної закономірності за допомогою геометричної пропорції свого творіння. Яка велич та мудрість рішення! Велич здолала час. Мудрість, відкрита за часів стародавнього світу, дійшла до свого адресата. Мудрість не має віку. Одним із засобів передачі мудрості є математика – цариця та слугиня одночасно. І мудрі віддають їй шану.

Наш квест ми присвячуємо шанувальникам і носіям мудрості, яка долає часові бар'єри.

Завданням квесту є всього лише пошук ключа від замка нашої кімнати, проте цей процес буде наповнений небуденною інформацією, цікавими та непередбачуваними рішеннями та новими враженнями від пізнання своїх можливостей.

Вимоги щодо процесу проходження квесту:

1. Команда має виконати всі завдання квесту.
2. Якщо під час пошуку чергового завдання команда випадково знайшла завдання іншого етапу, потрібно продовжувати пошук необхідного на даний момент завдання. До використання випадково знайденого долучиться на необхідному етапі.
3. Користуватися Інтернет-ресурсом дозволяється тільки один раз протягом проходження всього квесту (на вибір учасників).
4. Виконання обчислень проводиться без використання калькулятора.
5. Якщо ви знаєте задовідану відповідь на певне запитання, ви маєте право не виконувати обчислень, а зразу переходити до виконання завдання.
6. Практичне завдання по побудові потрібно виконати обов'язково.

7. Будьте уважні: **кожне** завдання містить інформацію про місце знаходження наступного. Інший перехід не передбачений в жодному із завдань.
8. Завдання квесту вважається виконаним, якщо пройдено всі етапи пошуку та складено ключове слово.

Максимальний **термін проходження** квесту: 1 година 20 хвилин.

Проходження етапів квесту

Після ознайомлення з правилами ведучий вручає перше завдання квесту учасникам.



Завдання 1

Що спільного між старовинними єгипетськими пірамідами, картиною Леонардо да Вінчі «Монна Ліза», квіткою соняшника, равликом, сосною та пальцями рук людини?



Якщо ви знаєте відповідь на запитання, зразу ж отримуєте дві літери слова, що є ключовим в нашому квесті. У протилежному випадку вам доведеться отримати відповідь на запитання, ретельно досліджуючи портрет математика, який вже в свої молоді роки був учасником турнірів, на яких супротивники обмінювалися не ударами, а задачами. Цьому сприяла чудова освіта, яку отримав син купця на Сході у арабських учителів.

Відповідь на перше запитання, з якого розпочато квест: «числа Фібоначчі». Літери, які відкриваються учасникам у випадку озвучення цієї відповіді «З» та «Ї».

Інформація про «Числа Фібоначчі» знаходиться у конверті за портретом математика середньовіччя Леонардо Пізанського (Рисунок 1), більш відомого під іменем Фібоначчі. Проте портрет математика підписано саме як Леонардо Пізанський, а розміщено його поряд із портретами інших відомих математиків.

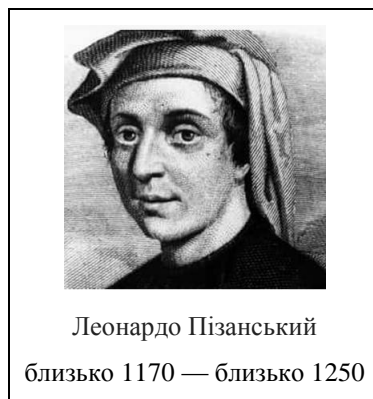


Рисунок 1 – Портрет Леонардо Пізанського

Зразок інформації, що в конверті:

Відповідь на перше запитання прихована в дивовижних числах, які були відкриті італійським математиком середньовіччя Леонардо Пізанським, більш відомим як Фібоначчі. Після його відкриття числа так і стали називатися «числа Фібоначчі». Суть послідовності цих чисел в тому, що кожне її число отримують із суми двох попередніх.

Літери ключового слова: друга приголосна у прізвищі математика та літера, яка не є звуком. Запишіть їх та зберігайте до моменту встановлення слова-ключа.



Завдання 2

Щоб отримати чергове завдання відшукайте в аудиторії послідовність Фібоначчі.

В аудиторії розміщено декілька різних послідовностей серед яких учасники мають відшукати послідовність, зображену на рисунку 2.

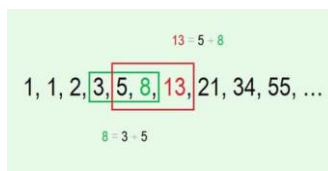






Рисунок 2 – Послідовність Фібоначчі

На звороті аркуша із зображенням чисел Фібоначчі розміщено нове завдання та інформація-супровід.

		<p>Леонардо із Пізи мав своїм покровителем імператора Фрідріха II.</p> <p>Це сприяло випуску декількох наукових трактатів, одним із яких була Книга абака (1202, 1228 р.р.). В ній математик детально описав властивості чисел, названих його іменем. За книгами Леонардо, що перевершували арабські та середньовічні європейські, вчили математику майже до часів Декарта (17 ст.).</p>
	<p>Коротка автобіографія математика, розміщена ним в своїй «Книзі абака» розкриває причини, що спонукали Леонардо написати роботу, в якій він дослідив і відкрив для Європи старовинні наукові досягнення.</p>	<p>«Батько мій родом із Пізи, служив синдиком на таможні в Бужі, в Африці, куди він мене взяв із собою для вивчення мистецтва рахунку. Дивне мистецтво рахувати тільки завдяки дев'яти індуським</p> <p>знакам мені сподобалось, Я захотів дізнатися, що відомо про це мистецтво в Єгипті, Греції, Сирії, Сицилії і Провансі. В результаті подорожей по всіх цих країнах я отримав чітке переконання в тому, що індуська система числення найбільш досконала. Досконала вивчивши цю систему, маючи власні дослідження та здобутки Евкліда, описані в його «Началах», я вирішив написати свій твір.</p>
<p>Сторінка «Книги абака» - Національна центральна бібліотека Флоренції</p>		
<div data-bbox="177 1359 1497 1973"> <div>  <div> <div>Завдання 3</div> <div> <p>Проведіть власне дослідження аудиторії в пошуках зображень позначень індуської системи числення та використайте її для дешифрування прикладу:</p> <div> <div> <div>3</div> <div>ε</div> <div>÷</div> <div>2</div> <div>1</div> <div>=</div> <div>1</div> <div>,</div> <div>6</div> <div>1</div> <div>9</div> <div>.</div> <div>ε</div> <div>γ</div> <div> </div> <div>6</div> <div>2</div> </div> </div> </div> <p>Знайдіть суму цифр, що використані в даному прикладі. Відшукайте це число в аудиторії і ви отримаєте ще одну літеру слова – ключа.</p> <p>Підказка: Вам може «допомогти» математик, здобутками якого користувався Фібоначчі.</p> </div> </div> </div>		

Приклад запропонований учасникам квесту – частка від ділення двох послідовних чисел із ряду Фібоначчі ($34 \div 21 = 1,61904762$).

Наш «дешифратор» розміщений в невеличкій стінній газеті, яка була випущена до тижня циклової комісії (фрагмент газети на рисунку 3).

Порівняння зображень європейського, арабо-індійського, східного арабо-індійського, деванагарі та тамільського написання цифр

European (descended from the West Arabic)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arabic-Indic	.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Eastern Arabic-Indic (Persian and Urdu)	.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Devanagari (Hindi)	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Tamil		௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮

Рисунок 3 - Дешифратор

Сума цифр – 46. Це число розміщено в аудиторії поряд із портретом Евкліда. На зворотній стороні аркуша із числом повідомлення букви «А» та наступне завдання.



Завдання 4

В попередньому завданні ви здійснювали «математичний переклад» із арабо-індійської на європейську форму запису ділення двох сусідніх чисел ряду Фібоначчі.

В свій час Фібоначчі виявив, що *частка від ділення двох сусідніх чисел цієї послідовності, а саме меншого до більшого, наближається до 0.618*, а відношення кожного числа ряду до попереднього числа ≈ 1.618 (коефіцієнти Фібоначчі або “Золотий перетин”). Принцип золотого перетину – вищий прояв досконалості в мистецтві, науці, природі. В часи епохи Відродження художники відкрили, що будь – яка картина має певні точки (їх чотири), які притягують увагу. Їх називають зоровими центрами.

Якщо вам відомий принцип «Золотого перетину» картини, визначте на площині стіни, де зображені букви, ці чотири точки, і ви дізнаєтесь ще чотири літери ключового слова.

Якщо принцип визначення цих точок вам невідомий, то шукаючи підказку в аудиторії, зверніться за допомогою до творців епохи Відродження.

Щоб виконати це завдання учасники мають здійснити поділ площини стіни аудиторії, використовуючи принцип, зображений на рисунку 4.

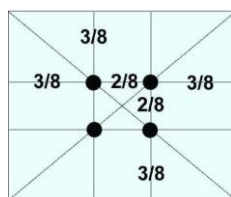


Рисунок 4 – Зорові центри

Підказка до завдання знаходиться на зворотній стороні репродукції картини Леонардо да Вінчі «Тайна вечеря». Репродукція картини розміщена серед численних зображень в кімнаті квесту (Рисунок 5).



Рисунок 5 - Леонардо да Вінчі «Тайна вечеря»

В зорових центрах площини стіни розміщені літери: О, О, Н, Н.

Щоб здійснити розбиття у вказаному співвідношенні, учасники для вимірювання параметрів прямокутника стіни можуть використовувати лінійку, яка є в аудиторії.

На аркуші однієї із знайдених букв розміщено нове завдання квесту.



Завдання 5

Числа Фібоначчі в стародавньому Єгипті використовувалися при будівництві гробниць фараонів. Форму якого геометричного тіла мають ці гробниці вам відомо з дитинства. Відшукайте одну із цих геометричних фігур в нашій кімнаті і ви отримаєте наступне завдання.

В різних місцях аудиторії знаходяться моделі пірамід. в одній із них знаходиться наступне завдання.



Завдання 6

Ряд Фібоначчі використовують для описування багатьох явищ природи. Дивна, загадкова Божественна пропорція супроводжує все живе на планеті. Ці дві таємниці Творця Всесвіту перебувають у постійному асимптотичному зв'язку. Знайти відгадку і пояснити дію цього фундаментального закону є досить важливим завданням сучасної науки.

Погляньте на морські раковини, форму квітів, жуків, і навіть красиве людське тіло. Все живе та прекрасне – підкоряється «золотому перетину» і присутності послідовності чисел Фібоначчі.

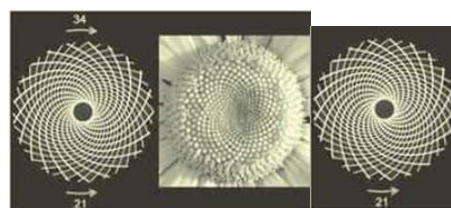
На малюнках приклади таких об'єктів: кактуси, ехінацея, квітка соняха, головка цвітної капусти, ананас, соснові шишки. В кожному з них насіння або частинки об'єктів на поверхні розташовуються на перетині лівих і правих спіралей; при цьому відношення кількості лівих та правих спіралей завжди дорівнює одному із відношень двох сусідніх чисел Фібоначчі. (Цей закон називають філотаксисом)



Моделі філотаксисних структур в природі



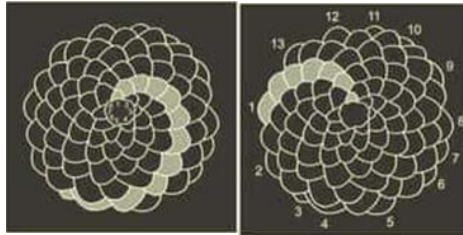
a – ананас



b – ромашка

Завдання:

- а) Використовуючи геометричну модель філотаксисних структур, встановіть кількість право закручених спіралей соснової шишки, зображеної на наступному рисунку:



- б) Відшукайте в аудиторії сукулент – алое багатолісте, порахуйте кількість спіралей, що утворює його листя.
- в) Знайдіть частку від ділення результату завдання а) на результат завдання б), відшукайте її серед чисел, які розміщені поблизу живого сукуленту в нашій кімнаті та отримайте ще дві літери слова - ключа.

Відповідь до завдання : а) –8; б) –5; в) 1,6.

Коментар до завдання б):

- зображення до частини а) знаходиться на малюнку, розміщеному в завданні;
- що до частини б): алое багатолісте зростає у природі на великих висотах і в аудиторії відсутнє, проте його фото розміщено серед інших в пізнавальній інформаційній стінній газеті «Математика в природі»; кількість спіралей учасники квесту визначають простим підрахунком. Їх на зображенні 5;
- картку із результатом частки від ділення чисел 5 і 8 розмістили серед інших карток поблизу сукуленту алое, що зростає в аудиторії. На зворотній стороні кожної із карток зображення літер, але лише на одній із них літери ключового слова – «І» та «К».

Щоб перейти до наступного завдання учасники мають бути досить уважні, оскільки, перебираючи картки із літерами в попередньому завданні, вони зустрінуть картку (Рисунок 7) із такою інформацією: «Це кролики

Фібоначчі. Порахуйте їх щоб дізнатися яке число приховує ваше наступне завдання».

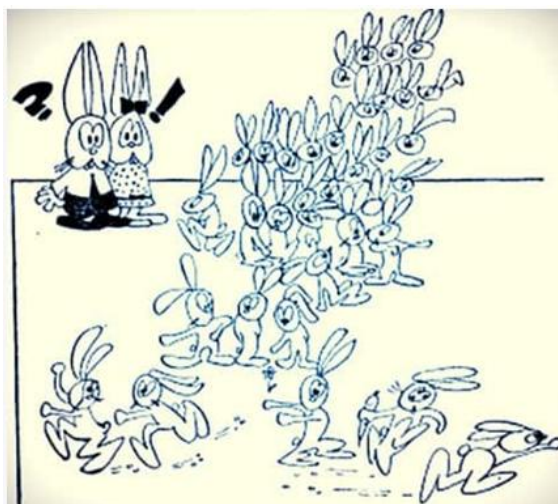


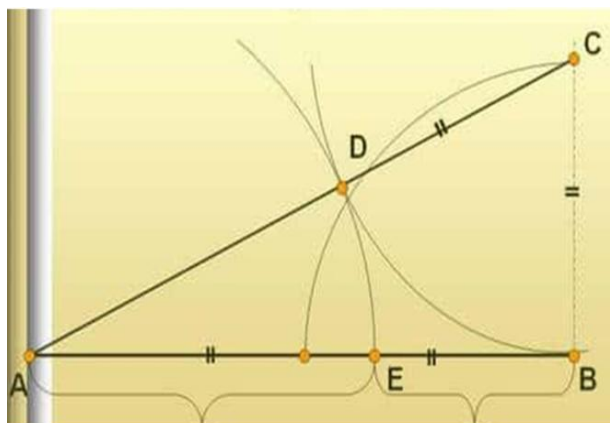
Рисунок 7 – Кролики Фібоначчі

Відшукавши в аудиторії число, яке відповідає кількості кроликів на малюнку (36), учасники отримують наступне завдання.



Завдання 7

1. Ознайомтесь з процесом поділу відрізка по золотому перетину, використовуючи малюнок
2. Виконавши алгоритм, прописаний після малюнку та, здійснивши вказані заміни, отримаєте один зі складів шуканого слова.



Один із способів поділу відрізка по золотій пропорції:

Із точки **В** побудовано перпендикуляр, що дорівнює половині **АВ**. Точку **С** з'єднано з точкою **А**. На лінії **СА** відкладено відрізок **CD**, що дорівнює **BC**. Відрізок **AD** перенесено на пряму **AB**. Отримана при цьому при точка **Е** ділить відрізок **AB** у співвідношенні золотої пропорції.

АЛГОРИТМ:

1. Детально дослідіть процес поділу відрізка прямої у співвідношенні золотого перетину.
2. Використовуючи необхідне приладдя, здійсніть таку побудову самостійно.
3. Визначте послідовність побудови точок (їх шість!).
4. Виберіть лише ті точки, порядкові номери яких є одне із чисел ряду Фібоначчі.
5. Запишіть вибрані вами букви в спадному порядку їх номерів та здійсніть таку заміну: « Д » = « М »; « А » = \emptyset ; $З \rightarrow « І »$; « В » = « Р » .
6. Ви отримали один із складів шуканого слова, відшукайте його в аудиторії.

Відповідь на завдання: «МІР».

На зворотній стороні аркуша зі складом «МІР» розміщені зображення соснової шишки, раковини наутилуса , фрагмента графічного фракталу та завдання:



Завдання 8



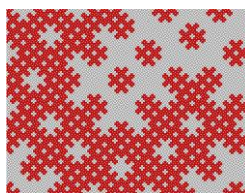
Назвіть та відшукайте фігуру, яка є спільною для всіх зображень

Учасники мають знайти спіраль Фібоначчі, яка і є фігурою, що об'єднує запропоновані зображення. В нашому випадку вони знаходять не одну спіраль Фібоначчі, а цілу серію зображень спіралі, виконаних як рукою людини, так і природою. Саме цій темі присвячена стінна газета «Числа Фібоначчі, золоті прямокутник та спіраль». В ній ми розмістили інформацію – завдання для учасників квесту.



Завдання 9

Завдяки числам послідовності Фібоначчі та використанню ІТ технологій, спеціалісти в області комп'ютерної графіки створюють фрактальні шедеври, споглядання яких захоплює кожного. Із прикладами таких зображень ми познайомили вас в газеті «Геометрія, яку створила природа: фрактали». А тепер спробуйте створити фрагмент фракталу, що зображений на серветці, використовуючи аркуш із зошита в клітинку та звичайний олівець. Повірте – це досить просто!



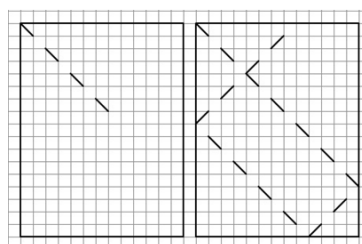
Приклад серветкового узору

Для виконання завдання учасникам надаємо аркуші в клітинку, олівець та інструкцію.

ІНСТРУКЦІЯ:

1. Здійсніть побудову за схемою вказаною на малюнках, виконуючи її до тих пір поки промінь не потрапить в один із кутів прямокутника.
2. Зверніть увагу на поведінку променя в момент зустрічі його зі стінкою прямокутника.
3. Починайте роботу із точки, як показано на малюнку.
4. Коли побудову буде закінчено, відшукайте на малюнку квадрати (чотири!) та виріжте їх.
5. Прикладіть ваш трафарет до аркуша із літерами і ви дізнаєтесь ще дві букви шуканого слова з нульовим закінченням. Ці літери є частиною його суфікса.

Робота необхідного для вас алгоритму показана на малюнку:



Результат роботи за даним алгоритмом має такий вигляд зображений на рисунку 8.

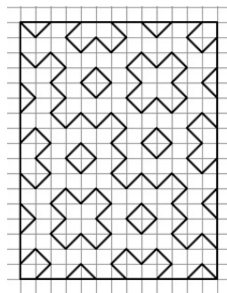


Рисунок 8 – Результат побудови фрак талу згідно алгоритму

Діючи далі по алгоритму, учасники встановлюють дві останні букви ключового слова «СТ», які є частиною його суфікса.

На зворотній стороні таблиці для визначення двох останніх букв слова розміщена наступна інформація для учасників:

Тепер ви зібрали всі літери ключового слова нашого квесту. Можете приступати до його складання. Якщо бажаєте отримати підказку, знайдіть фрактального кота Мандельброта.

Серед чисельної кількості фото із зображеннями котів, кроликів та інших тварин в аудиторії є фото (Рисунок 9) на зворотній стороні якого є підказка.



Рисунок 9 – Кіт Мандельброта

1.	Нормативно-правовий акт вищої юридичної сили, що регулює найважливіші суспільні відносини шляхом встановлення загальнообов'язкових правил, прийнятий в особливому порядку одним із органів влади, або безпосередньо народом.	
2.		
3.	Конституція.	

Відповідь: ЗАКОН – частина ключового слова.