*Методика розв'язування задач за допомогою рівнянь*

Шеін Галина Володимирівна

Світлогірська загальноосвітня

школа І – ІІІ ступенів імені Антона Петровича Біленка

Кобеляцького району

Математичні знання, уміння та навички-необхідний фундамент для успішної роботи в усіх сферах виробничої діяльності людини.

Програма з математики однією з головних цілей ставить інтелектуальний розвиток учнів, розвиток їх логічного мислення. І саме задачі в навчанні математики є й метою, і способом навчання та математичного розвитку школярів.

Розв'язування задач за допомогою складання рівнянь (лінійних,квадратних і т.д.) розпочинається у 5 класі і має свій логічний розвиток у 6,7,8 та 9 класах в залежності від того який вид рівнянь вивчається.

Нетривалий час, що відводиться на вивчення даної теми в кожному з названих класів, вікові особливості учнів не дають можливості отримати повноцінні уявлення про розв'язування практичних задач(на рух, роботу, сплави та розчини, відсоткові розрахунки). А ДПА в 9 класі ставить усіх учнів перед необхідністю уміти працювати з таким видом завдань.

Тому дана робота ставить мету - об'єднати розпорошені знання учнів по темі «Рівняння та задачі» в цілісну систему і демонструє дітям можливість застосування математичного апарату до розв'язування практичних задач, що зустрічаються в житті кожної людини.

Пізнавальний матеріал допоможе не тільки в формуванні навичок, пов'язаних з умінням складати та розв'язувати рівняння, а й сформує стійкий інтерес до процесу і змісту діяльності, до предмету математики в цілому, розвиватиме пізнавальну активність кожної дитини.

Діюча програма з математики ставить кожного вчителя перед необхідністю розглядати математичні знання і вміння не як самоціль, а як засіб розвитку особистості школяра, забезпечення його математичної грамотності як здатності дитини розуміти роль математики в світі, в якому вона живе, і головне - навчити учнів використовувати математичні знання для задоволення навчальних і практичних потреб.

Істотну роль в цьому процесі грають текстові задачі, які є й метою, і засобом навчання та математичного розвитку школярів. Роль і призначення таких задач -допомогти учням оволодіти методом рівнянь, який є своєрідною формою аналітичного методу мислення.

Суттєвою вимогою програми в питанні розв'язування задач є диференційований підхід до учнів: рівень складності задач, що пропонується слабшим учням, повинен відповідати вимогам програми; учням, що досягли цього рівня, доцільно давати складніші задачі. При цьому кожному вчителеві необхідно враховувати психологічний аспект: здібний до математики учень сприймає і одиничні елементи задач і комплекси взаємно пов'язаних елементів, а середній учень сприймає лише окремі елементи задачі. А це значить, що вчителеві спеціально необхідно навчати учнів аналізу зв'язків і відношень між окремими елементами задачі.

Традиційно основною формою розв'язування задач на уроці є колективний аналіз задачі з наступним докладним розв'язуванням її на дошці та в зошитах. В наслідок цього з педагогічного процесу може виключатися частина учнів, що бездумно списують готове розв'язання з дошки, а тому у педагога виникає необхідність урізноманітнювати види роботи із задачним матеріалом, застосовувати такі методи, що активізують пізнавальну діяльність усіх учнів.

Активній самостійній діяльності кожної дитини повинна передувати робота, виконана за вказівками вчителя або учня, що розв'язує задачу біля дошки, або коментує її вголос, розв'язуючи з місця.

Яким би не був тип задач(на рух, роботу і т.д.) до кожної дитини необхідно донести важливість *дотримання алгоритму*:

1. вибір і позначення основної невідомої величини;

2. подання решти невідомих величин через основну невідому величину;

3. складання рівняння;

4. розв'язування рівняння;

5. перевірка відповідності знайдених коренів умові задачі;

6. запис відповіді.

Перший етап, вибір основного невідомого, надзвичайно важливий, адже, як правило, від учнів звучать різні варіанти. І вчителеві необхідно пояснювати дітям, що в багатьох випадках основне невідоме можна вибирати різними способами. З цією метою бажано розглянути всі можливі випадки, проаналізувати їх і показати в якому з них основне невідоме вибрано найраціональніше.

Наприклад (6 клас) .

За три дні роботи магазин продав 172 кг яблук, причому другого дня продали яблук у 3 рази більше, ніж першого, а за третій день - на 4 кг більше, ніж другого. Скільки кг яблук було продано третього дня?

Нехай було продано

*1 спосіб 2 спосіб 3 спосіб*

1 дня - х кг,тоді 2 дня - х кг,тоді 3 дня - х кг, тоді

2 дня - 3х кг, 1 дня - кг, 2 дня - (х - 4) кг,

3 дня - (3х + 4) кг 3 дня - (х+4) кг 1 дня - кг

Детальний аналіз кожного з названих способів дозволить дітям самостійно зробити висновок про те, що головним невідомим, як правило, вибирають менше з шуканих чисел. Тоді інші невідомі виражаються через основне за допомогою додавання і множення.

Враховуючи, що часу для роботи з текстовими задачами не так і багато, може здатися, що детальний аналіз однієї і причому не такої уже й складної задачі, зайвий. Але досвід показує, що типовим недоліком при використанні методу рівнянь для розв'язування задач є поспішність, бажання розв'язати якомога більше задач,не враховуючи того, що частина учнів не усвідомлює на належному рівні всього, що зроблено в класі. А тому вважаю, що розв'язування однієї задачі кількома способами корисніше, ніж одним способом кількох однотипних задач.

З метою зміцнення навичок подання допоміжних невідомих через основне невідоме доцільно продовжити тренування учнів у встановленні двобічних зв'язків між величинами: якщо одна величина більша від другої на якесь число (у кілька разів), то друга-менша від першої на це саме число(у стільки ж разів). А тому доцільним вважаю давати домашнє завдання заздалегідь вказуючи, яку невідому величину беру за основну.

Досить часто для усвідомлення дітьми умови задачі корисно використовувати схематичні записи, що відтворюють хід міркувань(запис числових даних, умова задачі у вигляді таблиці) та встановлювати залежність між даними величинами і шуканими. Особливо корисним є цей етап при розв'язуванні задач на рух.

Наприклад.

Із міста А в місто В,відстань між якими 560 км,виїхав мотоцикліст. Через годину в цьому ж напрямі вирушив в дорогу легковий автомобіль, швидкість якого на 10 км/год більша за швидкість мотоцикліста. Знайти швидкість руху кожного транспортного засобу, знаючи,що в місто В вони прибули одночасно.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Шлях S, км | Швидкість v, км/год | Час t, год | Різниця в часі |
| мотоцикліст | 560 | Х |  | 0 |
| автомобіліст | 560 | Х+10 |  | 1 |

Звичайно, розв'язуючи задачі на рух у 5 - 6 кл., учні набули певного досвіду, що допомагає встановлювати залежність між даними і шуканими величинами. Але обов'язково слід нагадати дітям, що відомі їм закономірності відбуваються в ідеальних умовах: швидкості на певному етапі сталі, рух тіл рівномірний, рух відбувається по прямій і т.д. Обов'язково кожна дитина має усвідомити, що при: зустрічному русі:

1) якщо тіла рухаються назустріч одне одному з двох пунктів, то зустрівшись, вони разом проходять усю відстань між пунктами;

2) при одночасному виході тіл з двох пунктів час їх до зустрічі однаковий для обох тіл;

3) за одиницю часу тіла проходять відстань, що дорівнює сумі їх швидкостей(при однаковій різниці часу).

русі в одному напрямі:

1) одне тіло може наздогнати інше лише тоді, коли його швидкість більша за швидкість тіла, що рухалося попереду;

2) якщо два тіла, відокремлені певною відстанню, рухаються в одному напрямі,то ця відстань з кожною одиницею часу зменшується і дорівнює нулю, коли тіло з більшою швидкістю наздоганяє менш швидке;

3) зменшення відстані між тілами за одиницю часу дорівнює різниці швидкостей тіл.

Наприклад (9 кл.)

Човен проплив 9 км за течією річки і 1 км проти течії за такий самий час, який потрібен плоту, щоб проплисти 4 км по цій річці. Знайдіть швидкість течії річки, якщо власна швидкість човна становить 8 км/год.

Розв'язання. Позначимо швидкість течії річки х км/год (х > о), тоді

(8 + х) км/год – швидкість човна за течією річки,

(8 – х) км/год - швидкість човна проти течії річки.

год – час руху човна за течією річки,

год - час руху човна проти течії річки.

Оскільки пліт не може рухатися самостійно, то його швидкість дорівнює швидкості течії річки, тобто х км/год , тоді

год – час руху плота.

Оскільки човен і пліт були в дорозі однаковий час, то складаємо рівняння :

+ = .

Усі залежності стануть ще зрозумілішими дітям, якщо застосовувати графічну ілюстрацію, що можуть виконати самі діти під керівництвом учителя.

Найбільше помилок під час розв'язування задач за допомогою рівнянь виникає під час утворення самого рівняння,тобто, в зрівнюванні двох виразів, що знаходяться в певному відношенні. Складаючи рівняння, частина учнів більшу величину ще збільшує, а меншу - ще зменшує. А тому вчителеві необхідно донести до кожної дитини основну ідею: одну й ту саму величину виразити у двох видах, скласти для її пошуку два різні вирази, які потім можна буде прирівняти один до одного. Якщо ці два вирази уже рівні, то їх просто сполучають знаком рівності, якщо ж вони не рівні, то менший збільшуємо, або більший зменшуємо, робимо їх рівними.

Наприклад (7 кл.)

Поле площею 430 га поділено на дві частини так, що одна з них на 130 га більша від другої. Знайти площу кожної частини.

Традиційно діти вводять позначення : нехай площа 2- ої частини х га,

тоді площа 1-ої - (х+130) га і складають рівняння

х+130+х = 430.

Але, на мою думку, цікавішим є другий випадок:

нехай 1-ша частина має площу х га,

тоді 2-га - (430 - х) га.

Саме при такому підході в учителя є можливість продемонструвати три рівносильні рівняння, що задовольняють умову задачі:

х - (430 - х) = 130 (1); х – 130 = 430 – х (2); х = 430 – х + 130 (3).

Практика показує, що особливої уваги, детального пояснення з боку педагога потребують задачі на спільну роботу.

Наприклад.(9 кл.)

Після 2 год спільної роботи двох екскаваторів одному з них дали інше завдання, а тому другий закінчив сам рити котлован через 1год 20 хв. За скільки год міг би вирити цей котлован кожен із екскаваторів, якщо другому на це потрібно витратити на 70 хв більше часу, ніж першому?

Першочергова задача вчителя в поясненні такого типу задач - усвідомлення кожним учнем, що є необхідність обсяг усієї роботи взяти як 1(або 100%). Саме це дає можливість визначати продуктивність праці агрегатів - та - як частину роботи, що виконує кожен з них за 1 год.

Для усвідомлення такого логічного кроку можна створити попередньо проблемну ситуацію за допомогою усної вправи: Сашко прибрав клас за 40 хв, а Наталка - за 50 хв. За який час вони могли б прибрати клас, якби працювали разом? Найчастіше діти поспішають назвати число 55 хв, не враховуючи при цьому, що один не може виконати роботу швидше, ніж при роботі обох разом. Ось тут вчитель і вказує на необхідність введення величин, обернених даним задачі. З цією метою можна запропонувати дітям ще кілька усних вправ:

1. Оленка прочитала книжку за тиждень. Яку частину книжки вона прочитала за понеділок? А з понеділка по четвер?

2. Петрик пофарбує паркан за 5 днів, а Дмитро на 2 дні швидше. Яку частину роботи виконає Дмитро за 1 день?А за 2 дні?

3. Сергій виконає половину(третину, десяту частину) роботи за х днів. За скільки днів він виконає роботу повністю, якщо його продуктивність праці не зміниться?

Наприклад.(9 кл.)

Двоє робітників, працюючи разом, можуть виконати виробниче завдання за 16 год. За скільки год це ж завдання виконає кожен з них самостійно,якщо першому для цього потрібно на 24 год менше, ніж другому?

Розв'язання.

Введемо позначення : х год (х > 0) – час самостійної роботи першого робітника, тоді другому потрібно для цього (х + 24) год.

Приймемо усю виконувану роботу за 1, тоді

– продуктивність праці першого робітника,

- продуктивність праці другого робітника

- продуктивність праці робітників, що працюють разом.

Якщо вважати продуктивність праці робітників незмінною при спільній та самостійній роботі кожного з працюючих, то можемо скласти рівняння: + = .

Не менш важливими для формування умінь та навичок розв'язування задач є задачі на змішування (суміші, розчини, сплави), які досить часто зустрічаються на практиці, а також при вивченні фізики та хімії. Не зайвим буде нагадати дітям означення концентрації :

якщо m - маса розчину, n - маса розчиненої речовини, то відношення

C = 100% - концентрація розчину.

Для роботи із складними задачами (на гуртку, факультативному занятті) для зручності можна попередньо вивести формулу, що значно полегшить необхідні розрахунки.

Нехай є два розчини однієї і тієї самої речовини.

Концентрація першого - С1, а його маса - m1, другого розчину відповідно - C2  і m2 (причому m1 i m2 виражені в одних одиницях). Знаючи, що C = 100% , маємо n = C,

тоді в першому розчині маса речовини m1/100C1,

у другому розчині - m2/100C2, отже,

у розчині масою m1 + m2 маса речовини дорівнює

m1/100C1 + m2/100 C2 ,тобто,

концентрація С нової суміші дорівнює

C = ((m1C1/100 + m2C2/100)/(m1 + m2))100,

C = (m1C1 + m2C2)/(m1 + m2).

Якщо рівень підготовки дітей не дає змоги свідомого застосування даної формули, то слід поступово виконувати розрахунки, пов'язані з визначенням маси розчину і маси розчиненої речовини, і користуватися означенням концентрації.

Наприклад (9 кл.) Скільки грамів 4 – відсоткового і скільки грамів 10 – відсоткового розчинів солі треба взяти, щоб отримати 180 грамів 6 – відсоткового розчину?

Розв'язання.   
Візьмемо 4 % розчину х г. Враховуючи, що маса нового розчину 180 г, 10 % розчину потрібно взяти (180 – х) г.

Визначимо вміст солі в кожному з розчинів .

У 4 % розчині : 0,04 х г,

У 10 % розчині : 0,1 (180 – х) г,

У 6 % розчині : 180 0,06 г, що відповідно дорівнює 10,8 г.

Маса солі в новому розчині дорівнює сумарній масі солі в двох попередніх розчинах, що дозволяє утворити рівняння :

0,04 х + 0,1 ( 180 – х) = 10,8 .

Сплав можна розглядати як розчин, в якому один з компонентів розчинник, а другий розчинна речовина.

Наприклад (9 кл.) Маємо два сплави міді й цинку. Перший сплав містить 9 %, а другий – 30 % цинку. Скільки треба взяти кг кожного сплаву, щоб отримати сплав масою 300 кг, що містить 23 % цинку ?

Розв'язання.   
Якщо 9 % сплаву взяти х кг, то 30 % потрібно ( 300 – х) кг.

Знайдемо масу цинку в кожному сплаві.

У 9 % сплаві міститься 0,09 х кг цинку,

30 % сплав містить 0,3 ( 300 – х) кг даного металу,

У 23 % сплаві його – 0,23 300 = 69 кг цинку.

Враховуючи, що новий сплав утворюється поєднанням 9 % та 30 % сплавів, утворюємо рівняння :

0,09 х + 0,3 ( 300 – х) = 69 .

В процесі розв'язування задачі складанням рівнянь необхідно націлювати учнів на поетапний самоконтроль та повторний аналіз усіх елементів розв'язування. Це пов'язано з тим, що складене за умовою задачі рівняння не є повною математичною моделлю реальної ситуації, що розглядалася в задачі, бо не враховує фізичні властивості предметів і явищ. Тому розв'язки рівнянь можуть не відповідати дійсності, а значить є необхідність перевірити одержану відповідь за змістом задачі. Для цього:

1) досить при значенні невідомого, яке дорівнює кореню рівняння, обчислити по черзі значення величин, що входять у задачу. Якщо значення якоїсь величини виходить за межі допустимого за змістом задачі, то випробуваний корінь не може бути розв'язком задачі.

2) або скласти та розв'язати задачу, в якій шукане число беремо за дане, а одне з даних - за шукане.

Спосіб дуже корисний, але пов'язаний з значними затратами часу, а тому може бути використаний не до всіх типів задач.

Підбираючи задачі із різноманітних збірників, спонукаючи дітей до створення своїх власних задач, ми, вчителі, розв'язуємо головне наше завдання - активізацію мислительної діяльності учнів, розвиток у дітей уміння розмірковувати, співставляти факти, порівнювати нове з розглянутим раніше, знаходити щось спільне і відмінне.

Розв'язування задач складанням рівнянь повинно сприяти вихованню в учнів таких якостей, як уміння виконувати певні незаплановані дії, рішення на основі аналізу даної конкретної ситуації. Це головна проблема, яку ставить життя перед справжнім професіоналом у будь-якій виробничій сфері, професіоналом, якого ми, вчителі, покликані виховати і навчити.